

タイトル	ラベリング手法を適用するハフ変換による直線の検出
著者	高井, 信勝
引用	北海学園大学工学部研究報告, 37: 37-50
発行日	2010-02-22

# ラベリング手法を適用するハフ変換による直線の検出

高井 信勝\*

## Detection of Straight Lines by Hough Transform Applying a Labeling Technique

Nobukatsu TAKAI\*

### Abstract

The straight lines can be detected by means of Hough transform in which a different straight line is mapped by a different point. In the detection of two or more lines involved within a digital image, their corresponding points in the Hough transform space must be identified correctly on the basis of the above principle. In the present study, the labeling technique in the digital image processing is used in order to identify them in the Hough transform space. Furthermore, the labeling technique is also used in a stage of the inverse Hough transform in order to determine the restricted region of the finite straight lines to be detected.

## 1. はじめに

2値のデジタル画像に含まれる直線を検出する手法として、ハフ変換（Hough変換）が知られている<sup>1),2)</sup>。この場合、デジタル画像が画素（ピクセル）の2値の配列であることから、「画像に含まれる直線」もまた1と0からなる2値の集合である。ハフ変換による直線の検出は、このような2値画像の直線を検出するために画像中に座標系を設定し、数式として直線を見いだす画像処理技術である。したがって、ハフ変換を用いる直線の検出では、画像中の2値の画素の集合からなる直線と、結果的に得られる数式で表現される直線の差異を明確に把握しておくことが肝要である。つまり、検出される数式で与えられる直線は、画素の集合としての直線の近似的なものである。両者の差異が生じる原因は、次に挙げる現実的な状況に根ざしている。

(1) 画像中の直線は、離散的な画素から構成される2値画像であり、そのため標本化誤差は

---

\* 北海学園大学工学部電子情報工学科

\* Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

避けられない。

- (2) 画像中の直線には線幅があるが、数学的な直線には線幅はない。
- (3) 画像自体のサイズは有限であり、その中に含まれる直線も、直線ごとに有限な長さを有している。
- (4) 画像の中にみられる直線は、ヒトがみて直線的なものであっても、多くの場合、歪み（ゆがみ）や線の揺らぎなどの欠陥を有している。
- (5) 画像中の直線には、それを取得したときに混入した雑音や、2値画像を得るときに生じる雑音等が含まれる。

数学的な直線は、2つの座標点が与えられると厳密に決まる。一方、画像中の2値の集合からなる直線は上述の(1)～(5)の状況にあるので、厳密な意味での数学的な直線は決められない。したがって、画像から現実的な意味で、直線を求めようとするとき、合理的と見なされる仮定の下で近似的な直線を決めることになる。

本稿では、ハフ変換による直線の検出において、ラベリング処理<sup>3)</sup>を2つの処理に用いる。ひとつ処理は、複数の直線を区別するための処理であり、もう一つは直線の有限長を検出するための処理である。これらの処理を通して、画像処理においてハフ変換の手法を具体的に説明する。言い換えると、ハフ変換によって画像中の直線から数学的な直線を求める有効な近似法において、ラベリング処理を併用する直線検出法を報告する。

## 2. ハフ変換による直線の検出原理

一般に、 $(x, y)$ 座標上の直線は、周知のように、

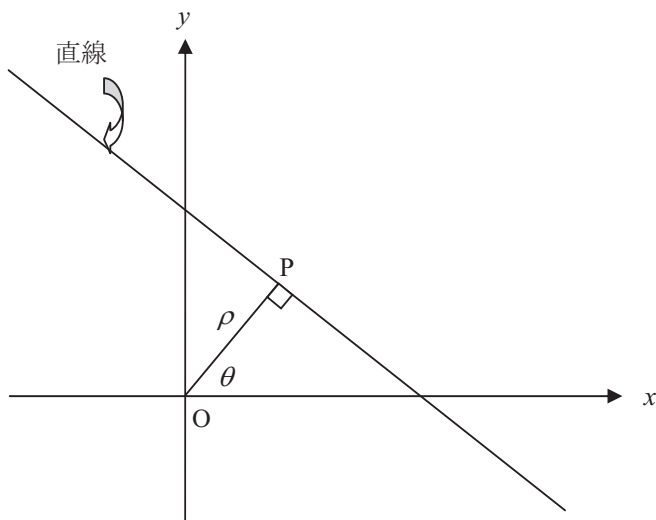


図1 直線は原点からの距離  $\rho$  とその偏角（原点からの垂線の角度）  $\theta$  で決まる。

$$y = ax + b \quad (1)$$

と表され、異なる直線は2つの係数  $(a, b)$  の組で異なっている。そこで、 $a$  を横軸、 $b$  を縦軸にとった座標系を考えると、その平面上の異なる点は、異なる直線に一対一に対応する。したがって、直線を含む画像データを解析して、 $(a, b)$  座標系で特定の直線に対応する座標点を見いだすと、画像に含まれる直線を求めることができる。しかし、 $(a, b)$  座標系で直線に対応する座標点を特定しようとする、 $y$  軸との切片  $b$  が有限な値として求まっても、直線の傾きを与える  $a$  は  $-\infty < a < \infty$  の値をとるので、 $(a, b)$  座標系の空間の広がりは無限の大きさである。したがって、この空間を直線の検出のために用いることは、その「無限大」ゆえに事実上不可能である。

そこで、**図1** に示すように、任意の直線が原点  $O$  からの距離  $\rho$  とそれを与える偏角  $\theta$  ( $x$  軸から反時計回りに測った角度) によって表すことができることに着目する。このとき、式 (1) の係数  $a, b$  は  $\rho, \theta$  を用いて

$$a = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -\cot \theta \quad (2)$$

$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \quad (3)$$

と表され、式 (1) は

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (4)$$

と書き換えられる。この式の下では、 $(x, y)$  座標系ひとつの直線は、一組の  $(\rho, \theta)$  によって与えられる。そして、この場合、原点から直線までの距離  $\rho$  は、画像データが有限な広がりであることによって有限な値であり、偏角  $\theta$  は  $0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲の有限値である。このように、 $(a, b)$  座標系とは異なり、 $(\rho, \theta)$  座標系の広がり有限であって、画像データの直線の解析にこの空間を利用することが可能である。

なお、**図1** における交点  $P$  の座標値  $(x_p, y_p)$  は

$$x_p = \frac{-ab}{1+a^2} \quad (5)$$

$$y_p = \frac{b}{1+a^2} \quad (6)$$

であるので、原点からの距離  $\rho$  は、 $\rho \geq 0$  (非負) であることを考慮すると、

$$\rho = \frac{|b|}{\sqrt{1+a^2}} \quad (7)$$

である。一方、偏角  $\theta$  の値が取り得る範囲は  $0 \leq \theta < 2\pi$  であり、 $a, b$  の符号によって

$$\theta = \begin{cases} \pi - |\cot^{-1} a| & (a \geq 0, b \geq 0) \\ 2\pi - |\cot^{-1} a| & (a \geq 0, b < 0) \\ |\cot^{-1} a| & (a < 0, b \geq 0) \\ \pi + |\cot^{-1} a| & (a < 0, b < 0) \end{cases} \quad (8)$$

で与えられる.

式 (5) および (6) は,  $(x, y)$  座標系における直線を  $(\rho, \theta)$  座標系のひとつの点に写像する関係で, これはハフ変換と呼ばれる. このように, ハフ変換では, 式 (1) で表される直線, 言い換えると  $(a, b)$  座標系の座標点を求める代わりに,  $(\rho, \theta)$  座標系において考えられるすべての座標点を調べる. そして,  $(\rho, \theta)$  座標系で画像データ中の直線に対応した座標点を見出し, その  $(\rho, \theta)$  の値を式 (2) および (3) に代入して  $(a, b)$  座標点を得る. 座標点  $(\rho, \theta)$  から座標点  $(a, b)$  を求めるプロセスは, しばしば「逆ハフ変換」と呼ばれる.

### 3. 2 値画像のハフ変換

本稿では, 説明を分かりやすくするために, 既知の線図の直線を用いて, ハフ変換による画像中の直線を検出する手続きを説明する. 図 2 は, 有限の線長からなる直線  $y = -2x - 50$  を画像データとして作成し表示したものであり, 画像サイズは  $401 \times 401$  (pixels) である. ここにみられるように, 扱う画像は, 白地に黒のペンで線図を描いたように, 背景が 1 (白), 直線の部分がゼロ (黒) で表される 2 値画像である. なお, この直線を含む画像には, 1 節で述べ

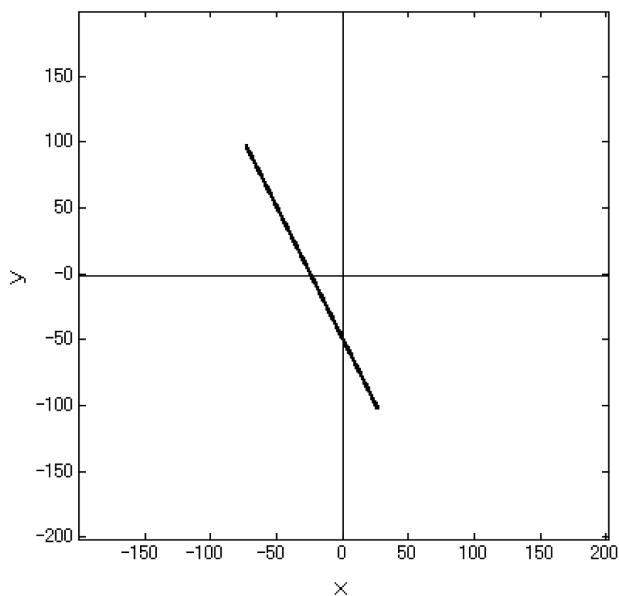


図 2 ハフ変換による直線の検出を説明するための有限長の直線画像 ( $y = -2x - 50$ ).

た (1) ~ (3) の問題, つまり標本化誤差, 量子化誤差, 有限な線幅, 有限な線長の問題は付随している. しかし, (4), (5) の線のゆらぎや雑音は含まれていない.

ハフ変換は, デジタル画像に座標軸を設定し, 画像中に存在する線図の中から直線を数式として検出することを目的として用いられる. そこで, 簡単のために, 画像中にピクセル (画素) を単位にした原点を  $O$  とする  $(x, y)$  座標を設定する. したがって, 画像データはピクセルごとに標本化されたデータであり,  $(x, y)$  座標値も離散的である.

画像データを逐次的に走査し, 直線上の点 (ここでは, 画素値がゼロの点) であることが見いだされると, 検出しようとする直線は, 当然, この点を通る直線である. しかし, ひとつの点を通る直線は無数考えられるので, その 1 点だけからは直線は決められない. この時点では「その点を通るすべての直線」が候補になるだけである. いま, 画素値がゼロの点の座標点を  $(x, y)$  であったとすると, この点は式 (4) を満足するので,

$$A = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1}(y/x) \quad (8)$$

とおくと, 直線の式である式 (4) は

$$\rho = A \cos(\theta - \phi) \quad (9)$$

と書き換えられる. このように, 点  $(x, y)$  を通る直線群は  $(\rho, \theta)$  座標系においては, 式 (9) の正弦曲線にしたがう. このとき, その正弦曲線の振幅  $A$  と位相  $\phi$  は, それぞれ, 式 (7) と (8) で与えられ, 着目している画素値がゼロの座標値  $(x, y)$  で決まる. このように,  $(\rho, \theta)$  座標系における式 (9) の正弦曲線は, 画素値がゼロの異なる座標値  $(x, y)$  ごとに異なる.

当然, 直線上に多くの点が存在するので, そのおのおのに対して異なる式 (9) の正弦曲線が得られる. 図 3 は, 図 2 の画像の直線データに対して式 (9) を描いたものである. ただし, 正弦曲線が離散的に得られることを示すために, 曲線の本数を間引いて表示している. この図にみられるように, 異なる座標点  $(x, y)$  に対して異なる正弦曲線が得られるが, 同一直線上にある点は, 原点からの距離  $\rho$  と偏角  $\theta$  は同じ値であるので,  $(\rho, \theta)$  座標系においてすべての正弦曲線がひとつの点で交わる. 逆に, すべての正弦曲線が交わる点  $(\rho, \theta)$  から直線が求まることになる. なお, 図 3 では, 交差する点が 2 個存在するように見えるが, 距離  $\rho$  は非負の値であることによって, 負の  $\rho$  を破棄すると, 正の値の  $\rho$  がひとつ求まる. つまり, 1 本の直線が求まる.

以下では, 図 3 の正弦曲線群を「ハフ曲線」と呼ぶこととする. この用語を用いると, ハフ曲線において曲線が一致する点を見出すことによって, 画像中の直線を検出できる.

図 3 のハフ曲線は, 離散的な  $0^\circ \sim 360^\circ$  の偏角  $\theta$  に対して, 距離  $\rho$  を求めて描かれる. このとき, 距離  $\rho$  も離散的な値にとる, あるいは離散的な値に対応づけると, 多くのハフ曲線が離

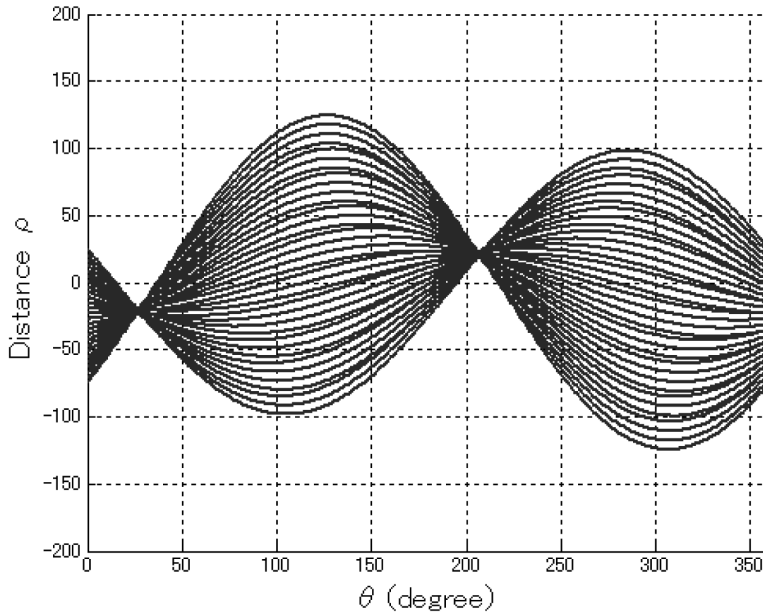


図3  $(\rho, \theta)$ 座標系において、ひとつの直線上の複数の座標点に対して式(6)を描いた正弦曲線群(ハフ曲線)。

散的な $(\rho, \theta)$ 座標を占める。当然、この離散的な空間を占める頻度(度数)は、ハフ曲線が交差する点で極めて大きくなる。この頻度分布は一種のヒストグラムであり、その分布は曲線群の一致する点で大きな値をとると予測できる。図4は、偏角 $\theta$ を $0, 1, 2, \dots, 360^\circ$ にとり、距離 $\rho$ を $0, 1, 2, 3, \dots, 300$ にとったときに、図3の画像データから得られたヒストグラム分布を3次元表示した結果である。ここに見られるように、確かに、 $(\rho, \theta)$ 座標を占める点のヒストグラム分布はハフ曲線群が一致する点で大きなピークが現れる。このピークの位置は、式(7)と式(8)から計算される $\rho = 22.4$ 、 $\theta = 232^\circ$ の位置にほぼ一致している。

#### 4. 複数の直線の検出

次に、画像が複数の直線を含む場合を扱う。ここでも、説明を分かりやすくするために、図5に示す既知の3本の有限長の直線を含む画像中の直線の検出について述べる。この画像は、3本の直線 $y = 2x - 100$ 、 $y = -2x - 50$ および $y = 75 + \Delta$ を画像化したものである。ここで、 $\Delta$ は平均値がゼロのガウス乱数列を狭帯域フィルターに通して得られた変動を表している。このように、3本の直線と言っても、最後のものは直線と言えないほどに大きなゆらぎを持っている。これは、ハフ変換による直線の検出では、大きなゆらぎを持った直線も検出も可能であることを示すために作為的に用いている。

図5の画像から得られるハフ曲線群は、極めて複雑なのでここでは示さないが、3本の直線

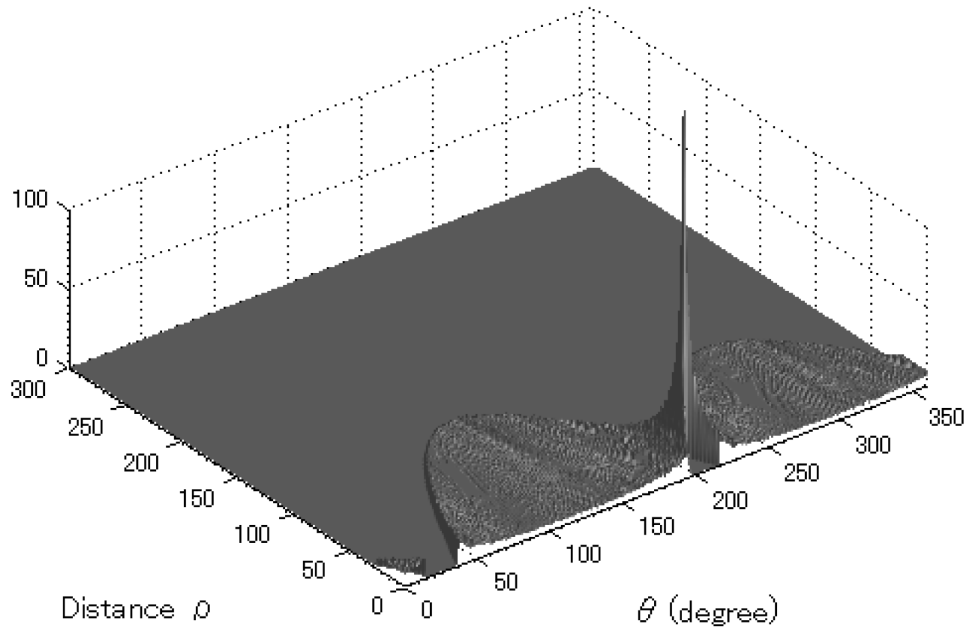


図4 図3の画像から得られたハフ曲線のヒストグラム分布

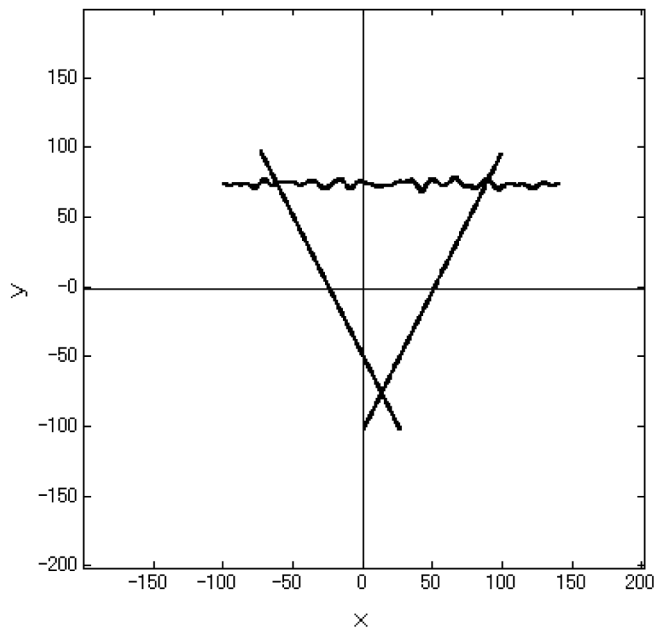


図5 3本の直線を含む画像.  $x$ 軸に平行な直線は大きなゆらぎを持っている.  $y = 2x - 100$ ,  $y = -2x - 50$ , および  $y = 75 + \Delta$ .  $\Delta$ は, 平均値がゼロのガウス乱数列を狭帯域フィルターに通して得られた変動.

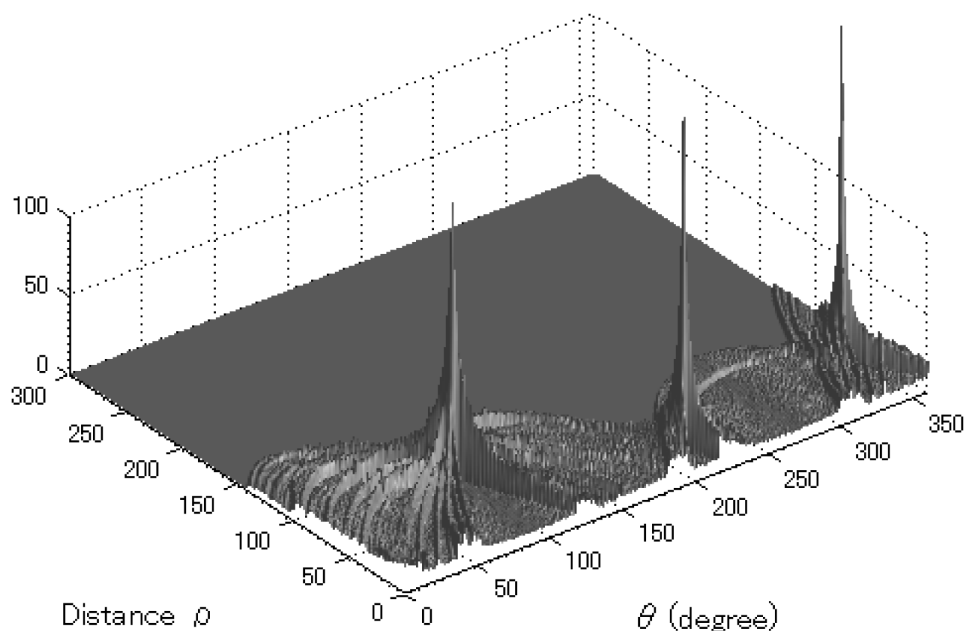


ごとに得られるハフ曲線が重なったものである。ハフ曲線群は複雑であるが、これをヒストグラム分布で示すと、3本の直線に対応するピークが、**図6**に示すように、明瞭に得られる。これは、直線が1本の場合の結果(**図4**)から容易に予測できるように、3本の直線に対応するヒストグラムピークが分離して現れた結果である。問題は、ヒストグラムピークの位置の検出である。直線が1本でヒストグラムピークがひとつのときには、ヒストグラムの最大点をひとつ求めると、直線は決められたが、複数のピークが存在するときには、状況が異なってくる。つまり、ヒストグラムピークは $\delta$ 関数のように、その最大点でだけ値を持つのではなく、ピークの周辺に大きな値が存在する。そのため、単純にヒストグラム分布の上位の値の点が、それぞれの直線に対応するピーク位置とは言うことができず、複数のピークの位置を求める処理を工夫する必要がある。

ここでは、複数のヒストグラムピークを検出するために画像処理におけるラベリングの手法を用いる。この手法は、以下の3つのプロセスによって達成される。

#### (1) ヒストグラム分布のクリッピング

ヒストグラム分布の全体にクリッピングを掛けて、複数のピーク領域を2値からなる連結成分として取り出す。**図6**のヒストグラム分布に、このクリッピング処理を実行し、さらに次に説明するラベリング処理を行った結果が、**図7**である。この処理の結果は、当然、処理に用いるクリッピングレベルに依存する。ここでは、クリッピングレベルとしてヒストグラム分布全



**図6** 図5の直線群から得られた $(\rho, \theta)$ 座標系のプロット点のヒストグラム

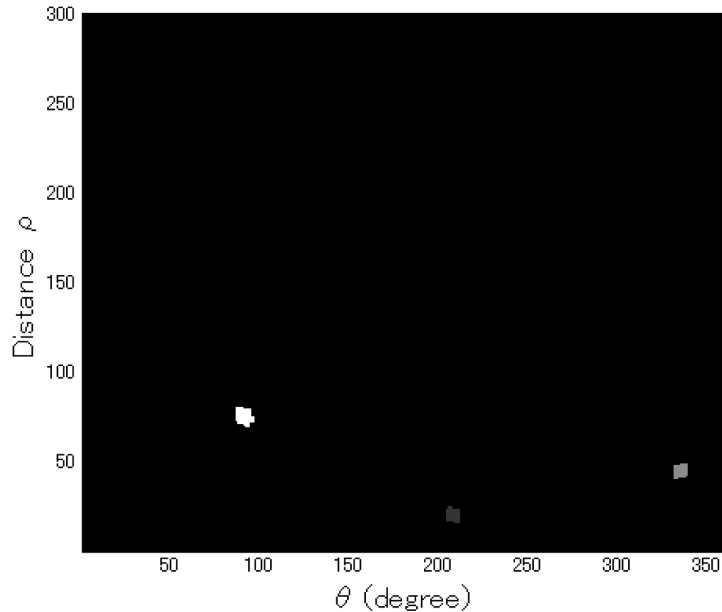


図7 図6のヒストグラム分布をクリッピングして得られた $(\rho, \theta)$ 座標系の2次元分布. ピークを分離するためにラベリング処理を行った結果.

体の最大値の1/2の値が用いられている. しかし, これが最適なレベルというわけではない. クリッピングレベルは, 検出しようとする直線の画像特性, 具体的に言うと, 線の太さ, 長さ, ゆらぎ, また画像に混入する雑音や処理途中で加わる誤差など, に依存して決められるものである. しかし, ヒストグラムピークは鋭い形状で大きな値を持つので, 大雑把に言って最大ピーク値の1/3~1/2のレベルが多くの場合に適用できる.

## (2) ラベリング処理

クリッピング処理によって, ヒストグラムピークが存在する限られた領域を他の領域と区別して取り出される. ピークが存在する領域を1, その他の領域を0として2値で区別すると, ヒストグラムピークが存在する領域が2値画像における連結成分として区別されるが, 複数のピーク位置の検出には, 連結成分ごとのピーク位置を求めなければならないので, 分離した連結成分を区別する必要がある. そして, この連結成分の識別はラベリング処理によって行うことができる. つまり, ピークが存在する領域の連結成分ごとに異なる値を与えて番号(ラベル)付けを行い, 同じラベルの中の最大位置を求めることで, 複数のヒストグラムピークが求められる. 図7では, ラベリングされた3つの領域(連結成分)が異なる明るさ(実際には, 異なる色)で示されている.

### (3) 連結成分ごとの重心座標

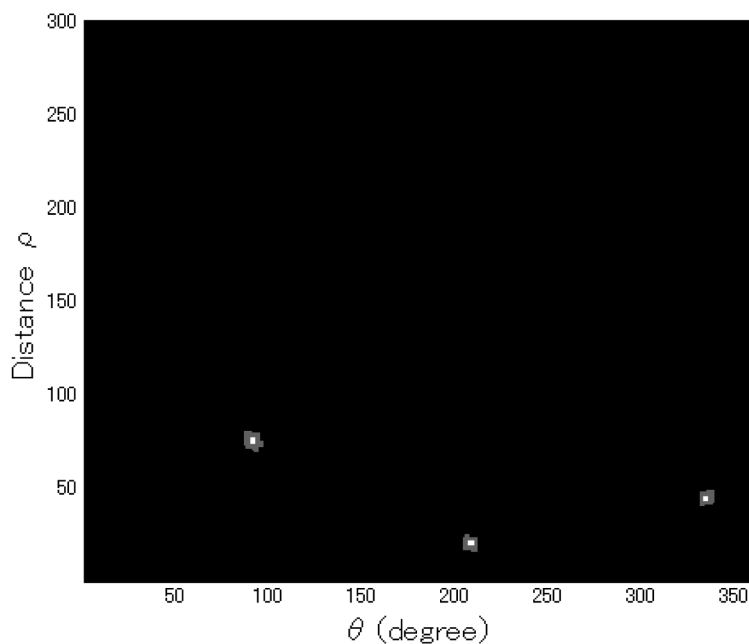
連結成分はラベリングによって識別できるが、目的はヒストグラムピークの位置座標を求めることである。このとき、**図7**にみられるように、連結成分の形状は一般には複雑な形状をしていて、単純にピーク位置を決めることができない。そこで、ピーク座標が連結成分の重心座標であると仮定する。この重心座標は、離散的な  $\rho = 0, 1, 2, \dots, \rho_{\max}$  および  $\theta = 0, 1, 2, \dots, 360$  の座標空間において、ラベル  $l$  の連結成分の分布を  $f_l(\rho, \theta)$  とすると、

$$\rho_l = \frac{\sum_{\rho} \sum_{\theta} \rho f_l(\rho, \theta)}{\sum_{\rho} \sum_{\theta} f_l(\rho, \theta)} \quad \text{および} \quad \theta_l = \frac{\sum_{\rho} \sum_{\theta} \theta f_l(\rho, \theta)}{\sum_{\rho} \sum_{\theta} f_l(\rho, \theta)} \quad (10)$$

によって求められる<sup>3)</sup>。

**図8**はこの仮定の下で得られた重心位置、したがってヒストグラムピーク位置を示す結果である。この図では、連結成分をラベルの値で決まるグレーで表し、その中の白い点でピーク位置を表している。

ヒストグラムピークの座標点  $(\rho, \theta)$  が求まると、式(2)、(3)に代入して直線が決定する。このようにして、**図8**のピークの座標点から得られた3本の直線が**図9**である。しかし、この結果の直線はいずれも無限長のもので、**図5**の画像中の直線が有限長であるのとは異なっている。そこで最後に、無限長の直線から有限に限られた部分を取り出す作業が必要になる。



**図8** ハーフ曲線のピーク位置を重心位置として求めた結果。

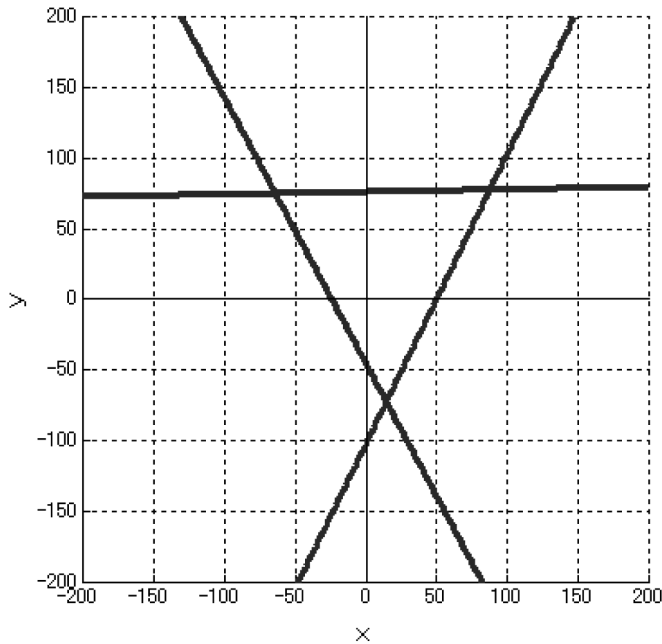


図9 ハフ曲線のピーク位置から得られた3本の直線.

## 5. 有限長直線の抽出

図5の原画像は、3本の直線からなるが、一般に、画像が直線を $L$ 本含んでいるとしよう。これら $L$ 本の直線を識別し、おのおのの直線の両端の座標が得られると、無限長の直線から有限な直線の領域を取り出すことができる。 $L$ 本の直線の識別には、画像を走査して直線が見出されたとき（今の場合、画素値ゼロの点が見出されたとき）、その座標点 $(x, y)$ でヒストグラムピークから求めた複数の座標点 $(\rho_l, \theta_l)$ に関して

$$\Delta_l = \rho_l - (x \cos \theta_l + y \sin \theta_l) \quad (11)$$

で定義される $\Delta_l$ の値を調べる。ここで、 $l = 1, 2, 3, \dots, L$ である。この $L$ 個の $|\Delta_l|$ を比べて最も値が小さいものを $l_{\min}$ とすると、座標点 $(x, y)$ はラベルが $l_{\min}$ の直線、つまり $(\rho_{l_{\min}}, \theta_{l_{\min}})$ で与えられる直線に属すると判定し、その座標点の値を $l$ とラベルを付ける。

以上の処理を画像の全フィールドに実行すると、原画像の直線のデータ点は直線ごとにラベルが付き識別される。図5の原画像から得られたラベル付けされた画像が図10である。ここでは、ラベルが異なるラインは、異なるグレイレベルで示されている。

最後に、ラベルごとの直線データに関して $x$ 座標点を、ベクトルデータとして格納する。た

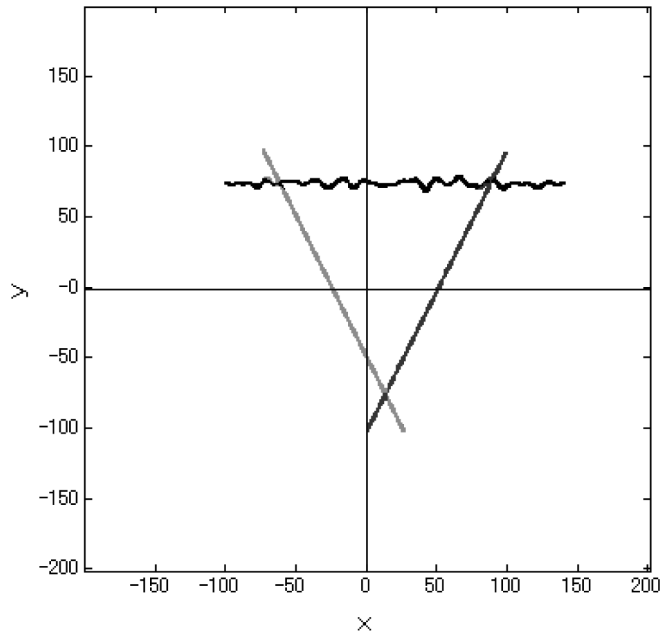


図10 ラベリング処理により区別した3本の直線. これから各直線の取り得る領域が求められる.

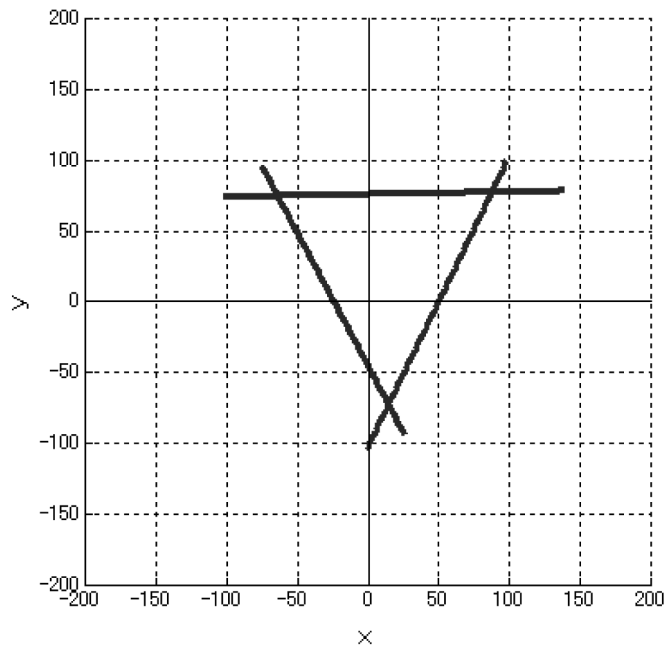


図11 図9の直線から図10のラベリング処理で得られた領域を抽出した結果.

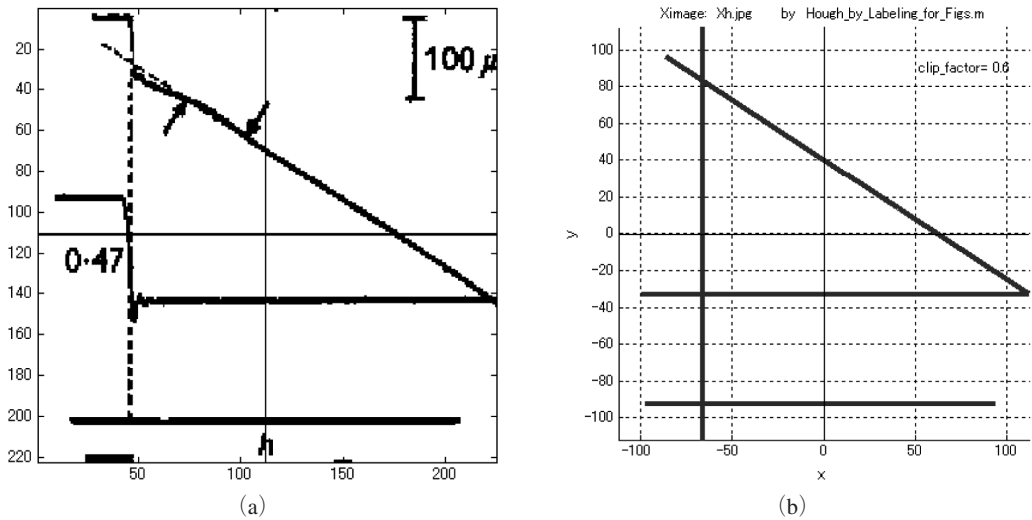


図12 (a) 文献<sup>4)</sup>から撮られた直線を含む画像. (b) 本手法を適用して検出された直線群.

たとえば,  $l$  のラベル番目の付いた直線に属する  $x$  座標点を  $x_1 = [x_1, x_2, \dots]$  (このベクトルの長さは画像データで決まる) と求めると, このベクトル要素の最小値と最大値は, それぞれ, ラベル番号  $l$  の直線の  $x$  座標点の最小値と最大値である. このようにして, ラベルごとの各直線の占める領域が求められる. 図11は, 図9の結果の直線を求めた領域に制限して表示した結果で, 原画像の直線にほぼ一致する有限長の直線が得られている.

## 5. 応用例

最後に, 本手法を用いた直線の検出例のひとつを図12に示す. ここで, 図12 (a) は, 蛙の筋肉にステップ状の力を与えたときの筋肉の変位を実験的に調べ, 時間の関数として, 記録したひとつの実験結果で, 文献<sup>4)</sup>に印刷されたこの実験結果の図をスキャナーで取り込み画像データとしたものである. この図には, 数本の直線が見られる. これらは, 下方の水平な直線がベースライン, 中段のステップ状の線の部分が力の変化, 左上方から右下に下るラインが筋肉の変位である. また, 変化がはじまる時間の位置が破線の鉛直線で示されている.

図12 (b) が, 本手法を適用して得られた直線群である. この結果は, ハフ曲線のヒストグラムピークを最大ピーク値の60%のレベルでクリッピングして得られたものであるが, このレベルを変えてもおおよそ30%~70%の範囲では, ほぼ同様な結果が得られる.

結果として, 4本の直線が首尾よく検出されていることがわかる. しかし, ステップの上の横線や100μと示された変位スケール幅の直線は得られていない. また, 直線の有限領域の検出に不備があることが見られる.

## 6. おわりに

最初に述べたようにハフ変換を用いる直線の検出は、いくつかの要因によって、近似的な直線を求める問題である。その要因には、アナログ量をデジタル量で扱うことに付随する標本化誤差や量子化誤差も含まれるが、これらは画像処理を含むデジタル信号処理に共通な問題で、コンピュータの高速化とメモリーの飛躍的な拡充によって解決されていると言える。しかし、検出しようとする直線の幅、歪み、ゆらぎ、あるいはまた画像やその処理の過程で混入する雑音、ハフ変換による直線の検出にあたる影響については、より定量的な検討が残されている。

これらの課題は、最後に示された応用例に見ることができる。すなわち、**図12**の直線の検出の結果では、長い直線は首尾よく得られているが、直線が短いときは検出できない結果になっている。これは、ハフ曲線が一致する点のヒストグラムピークが大きな値を取り得ないことによることは、容易に察しが付く。このような課題、つまり直線の長さとの直線と区別されて検出できるヒストグラムピークの値の関係は、定量的に明らかにされる必要がある。同じことが、また線幅や直線のゆらぎとの関係にも言えるであろう。ただ、この研究を通して**図5**のゆらいでいる直線に見られたように、直線がかなり大きなゆらぎをもっているにもかかわらず検出できることが示された。しかし、この場合の定量的な検討、すなわちどの程度のゆらぎの大きさまで検出可能であるかは、今後の課題として残されている。

なお、ハフ変換は、直線だけではなく、拡張された形で円の検出にも利用できる<sup>5)</sup>。本研究で述べたラベリングの手法を、この拡張ハフ変換に適用する課題も残されている。

本研究は、戦略的研究基盤形成支援事業「電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の先進的計測・処理技術の開発と応用」の一環として行った。

### 【参考文献】

- 1) R. O. Duda and P.E. Hart, 'Use of Hough transformation to detect lines and curves in pictures,' Comm ACM, Vol.15, pp.11-15 (1972).
- 2) 昌達慶仁：「画像処理プログラミング」, ソフトバンククリエイティブ, pp.447-454 (2008).
- 3) M. M. Civan and R. J. Podolsky : 'Contraction kinetics of striated muscle fibers following quick changes in load,' J. Physiol. Vol.184, pp.511-534 (1966).
- 4) 高井信勝：「MATLAB入門」(増補版)(工学社, 2002).
- 5) Frank O'Gorman, MB Clowes : 'Finding picture edges through collinearity of feature points,' IEEE Trans. Computers 25(4), pp.449-456 (1976).