

タイトル	Ant Colony Optimizationの構造最適設計への応用について
著者	阿部，淳一；杉本，博之
引用	北海学園大学工学部研究報告，35：13-26
発行日	2008-02-00

# Ant Colony Optimizationの構造最適設計への応用について

阿部 淳一\*・杉本 博之\*\*

## A Study on Ant Colony Optimization and Application to Structural Optimization

Junichi ABE\* and Hiroyuki SUGIMOTO\*\*

### 要 旨

自然界における蟻の採餌行動は、それら単体の場合巣と餌場までの経路を単調に往復するだけだが、集団になると時として効率的な行動をとることがある。このような蟻の集団行動を基とした最適化手法に、Ant Colony Optimization (ACO) がある。このACOは、蟻が巣と餌場までの「経路」を効率的に探索する行動をモデル化している。そのため、対象とする設計問題も「経路」の概念を必要とする問題に限定されていた。本論文では、ACOを用いて基礎的な検討を行い、そして一般的な組み合わせ問題へACOの拡張を試みるものである。

## 1 まえがき

自然界における鳥などの動物や昆虫は単体の場合、単純な原理に基づき行動している。しかし、集団になると時として効率的な行動をとることがある<sup>1)</sup>。このような動物や昆虫の群行動のひとつに、蟻の採餌行動がある。

蟻の群衆が餌を探して巣に持ち帰る時、初め各々の蟻は巣と餌場までをランダムに行動している。しかし、ある蟻が餌と巣の距離が短いルートを発見すると、蟻の集団はそのルートに集まってくる。すると、やがて蟻の集団は巣と餌場までの最短ルートを発見している。この時、蟻は他の蟻との情報交換の手段として、フェロモンを使用する。蟻はより短い経路に多くのフェロモンを分泌し、そしてよりフェロモンが多い経路に集まる習性を持つ。

このフェロモンを用いた蟻の群行動を数値モデル化し、最適化手法に取り入れたAnt Colony

---

\* 北海学園大学大学院工学研究科建設工学専攻

\* Division of Civil and Architectural Engineering, Graduate School of Engineering, Hokkai-Gakuen University

\*\*北海学園大学工学部社会環境工学科

\*\*Department of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

Optimization (以下, ACO) がある. ACOは, Dorigoらによって提案されたAnt System<sup>2)</sup> (以下, AS) が基本となる. ASは巡回セールスマン問題<sup>3)</sup> (以下, TSP) を解くために提案された手法である. その後, ACOはASを基として種々の分野で研究が行われているが, 上述のように, 蟻の群れが「経路」にフェロモンを分泌し最短ルートを探る行動をACOはモデルとしている. そのため, 対象とする設計問題は, いずれも「経路」の概念を応用できるTSPや, スケジューリング問題等に限定されていたと考えられる.

そこで本論文では, まず「経路」の概念を直接応用できるTSPを例に数値計算を行い, ACO

の基礎的な検討を試みる. そして, これらの検討結果を基に, 「経路」の概念が無い一般的な組み合わせ問題へACOを拡張し, 簡単な構造最適設計に適用を試みるものである.

## 2 ACOの概要<sup>2)</sup>

蟻の採餌行動をモデルとしたACOは, 蟻の経路選択とフェロモンを数値モデル化することにより最適化を行う. ここでは, このACOを, ASを用いて説明する. 図-1にACOのフローチャートを示す. 図のようにACOは5つのSTEPで構成され, 比較的簡単なアルゴリズムである. 以下にフローチャートの各STEPについて説明する. なお, 説明はTSPを解くことを前提としている.

**STEP1: 初期化**を行う. 各エージェント (蟻) の初期位置をランダムに設定し, 全経路のフェロモン情報を一定量に初期化する.

**STEP2: 経路の選択**を行い, 巡回路の構築を行う. 巡回路は各エージェントそれぞれが, フェロモン情報とヒューリスティック情報から確率的に経路を選択することにより構築される. 総エージェント数を $NA$ とすると,  $n$  ( $n=1 \sim NA$ ) 番目のエージェントが都市  $i$  から  $j$  に行く経路 ( $i-j$ ) を選択する確率は, 以下の式で表される.

$$\left. \begin{aligned} P_{ijn}(t) &= \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{j \in C} \tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta} && (i=1 \sim NC, j \in C, n=1 \sim NA) \\ P_{ijn}(t) &= 0 && (i=1 \sim NC, j \notin C, n=1 \sim NA) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし,  $i \neq j$

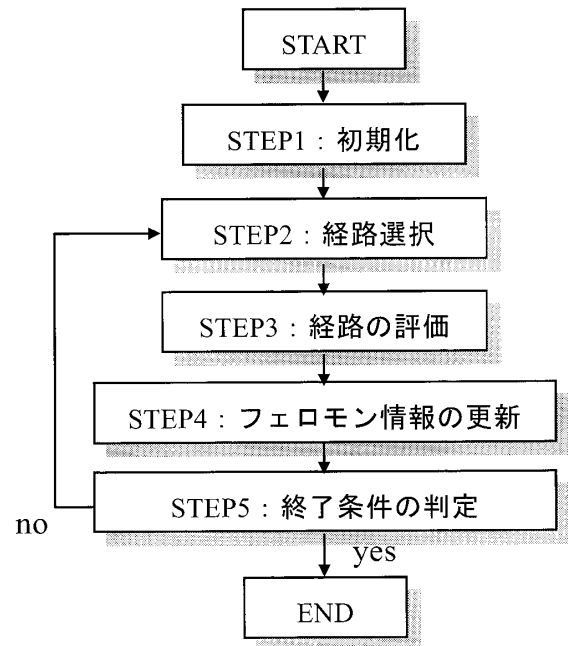


図-1 ACOのフローチャート

ここで、 $\tau_{ij}$  はフェロモン情報、 $\eta_{ij}$  はヒューリスティック情報、 $\alpha$  はフェロモン情報に対する乗数、 $\beta$  はヒューリスティック情報に対する乗数、 $C$  は都市  $i$  から選択することが可能な都市の集合、 $NC$  は都市数である。なお、TSPでは設計問題として一度訪問した都市は選ばれないため、式(1)は  $i \neq j$  の条件付きとなる。以降、いずれの式も  $i \neq j$  となるため省略する。

式(1)のヒューリスティック情報  $\eta_{ij}$  は、経路の距離の逆数とし、以下の式で与えられる。

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (i = 1 \sim NC, j = 1 \sim NC) \quad (2)$$

ここで、 $d_{ij}$  は経路  $(i-j)$  の距離である。

ヒューリスティック情報は、エージェントが経路を選択する時、巡回路の総距離に関係無く、一つ先のより短い経路ほど高い確率で選択する情報となる。

ACOにおける確率的経路の選択方法の概念図を図-2に示す。図中の●がこれまで訪問した都市、○が未訪問都市である。エージェントの現在位置を都市  $i$  として、未訪問都市の中から都市  $j$  に行く確率は、経路に蓄積されているフェロモン情報  $\tau_{ij}$  がより高いほど、また都市までの距離  $d_{ij}$  がより短いほど高くなるようにモデル化されている。

STEP 3：STEP 2において各エージェントが選択した巡回路の総距離を算定する。

STEP 4：巡回路の各経路にフェロモン情報が追加される。TSPの場合、巡回路の総距離の最小化問題であるため、追加されるフェロモン情報は巡回路の総距離が短いほど高い値とする。よって追加されるフェロモン情報は以下の式で与えられる。

$$\Delta\tau_{ijn} = \frac{1}{L_n} \quad (i = 1 \sim NC, j = 1 \sim NC, n = 1 \sim NA) \quad (3)$$

ここで、 $\Delta\tau_{ijn}$  は  $n$  番目のエージェントにより追加されるフェロモン情報、 $L_n$  は  $n$  番目のエージェントによって選択された巡回路の総距離である。

経路に蓄積されるフェロモン情報は、各エージェントが選択した巡回路に対して、式(3)で算定される値を新たに追加する。また、全経路に付着されているフェロモンは、自然現象と同様に蒸発することも数値モデル化する。すなわち、ある時間(繰り返し回数)  $t$  におけるフェロモン情報  $\tau_{ij}(t)$  は、 $t+1$  において以下の式で更新される。

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{n=1}^{NA} \Delta\tau_{ijn} \quad (i = 1 \sim NC, j = 1 \sim NC) \quad (4)$$

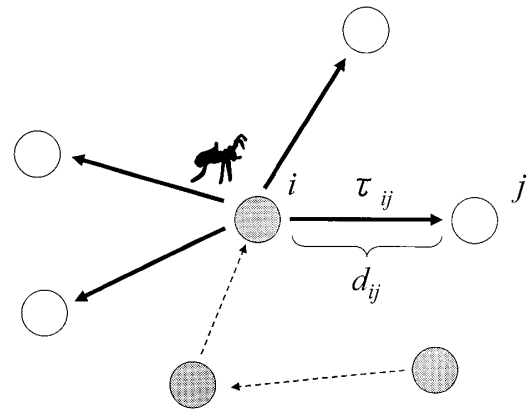


図-2 経路選択の概念図

表-1 52都市問題の座標値

都市No	X座標	Y座標	都市No	X座標	Y座標	都市No	X座標	Y座標
1	565	575	19	510	875	37	770	610
2	25	185	20	560	365	38	795	645
3	345	750	21	300	465	39	720	635
4	945	685	22	520	585	40	760	650
5	845	655	23	480	415	41	475	960
6	880	660	24	835	625	42	95	260
7	25	230	25	975	580	43	875	920
8	525	1000	26	1215	245	44	700	500
9	580	1175	27	1320	315	45	555	815
10	650	1130	28	1250	400	46	830	485
11	1605	620	29	660	180	47	1170	65
12	1220	580	30	410	250	48	830	610
13	1465	200	31	420	555	49	605	625
14	1530	5	32	575	665	50	595	360
15	845	680	33	1150	1160	51	1340	725
16	725	370	34	700	580	52	1740	245
17	145	665	35	685	595			
18	415	635	36	685	610			

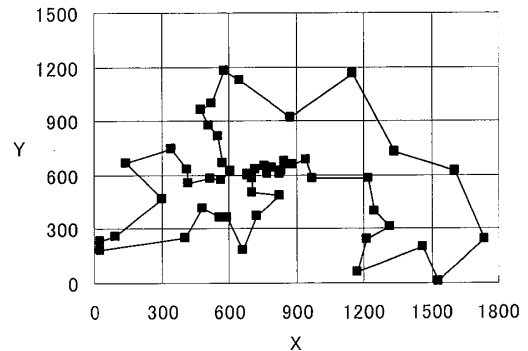


図-3 52都市問題の最適巡回路

ここで、 $\rho$ はフェロモンの蒸発率である。

フェロモン情報が時系列的に蒸発することにより、最近の行動を重視して局所解に陥ることを回避し、大域的な解の探索を可能にする。

STEP 5：探索回数が最大繰り返し回数以下ならSTEP 2に戻る。最大繰り返し回数を満足していれば、終了となる。

ACOは上述のように比較的簡単な論理で構成されるが、解の良否を判断するフェロモン情報が、時系列的に変化するモデルを用いていることが特徴である。

### 3 TSPを用いたACOの基礎的検討

まえがきに示したように、ACOは「経路」の概念を直接応用できる設計問題に適用される。そこで本章では、「経路」の概念を用いるTSPに対してACO応用し、得られる結果からACOの基礎的な検討を試みる。また、TSPにおけるACOの有効性を検討するため、離散変数による最適化において種々の分野で広く応用されている、遺伝的アルゴリズム<sup>4),5)</sup>（以下、GA）による数値計算結果との比較を試みる。

#### 3.1 52都市問題への応用

まず、都市数を52とした場合の数値計算結果を示す。52都市問題の場合、巡回路は $7.8 \times 10^{65}$ 通りの組み合わせ数の中から最適解を探索することになる。表-1に検討した52都市の座標値を示す<sup>6)</sup>。図-3には最適設計解の巡回路を示す。図は横軸をX座標、縦軸をY座標とし、■で示したのが都市、実線で示したのが最適設計解の巡回路である。この最適解は巡回路長が7544.37となる。

上述の52都市問題を用いて、ACOとGAでそれぞれ最適化を行い、得られる最良の巡回路長の比較を行う。数値計算に用いた各最適化手法のパラメータを説明する。ACOでは、フェロモン情報の蒸発割合  $\rho$  を0.5, フェロモン情報に対する乗数  $\alpha$  を1.0, ヒューリスティック情報に対する乗数  $\beta$  を2.0とした。GAのパラメータは、交差法は1点交差とし、交差確率60%, 突然変異確率5%とした。さらにGAの場合は成長論理を実行する場合としない場合を設定した。成長論理には反復改善法を用い、成長論理を実行する世代間隔は5とした。

最適化における収束条件は、ACOとGA両手法で同一とし、最大繰り返し回数（GAの場合は世代）が500に達した場合、あるいは連続して繰り返し回数20回（世代）解が更新されない場合に計算終了とした。これらの条件の下、ACOにおけるエージェント数とGAにおける人口サイズ（以降、個体数とする）を同一として、10~500まで10間隔で個体数を変化させ、それぞれ最適化を試みた。

数値計算結果を示す。図-4に各最適化手法で得られた、最良の巡回路長を個体数別に示す。図は横軸に個体数、縦軸に最良巡回路長とした。図中の●がACO, ■が成長論理を実行しない場合のGA, ▲が反復改善法を行った場合のGAの計算結果、破線が最適解である。

まず、ACOの計算結果を検討する。図-4より得られた最良解は、最適解、あるいは最適解近傍の巡回路長となり、少ないエージェント数でも安定して最適解近傍の解が算定されている。最も個体数が少ない10の場合でも、巡回路長が最適巡回路長に比べ1.01倍となる解を探索しており、良好な結果が得られている。

一方、GAによる計算結果は、反復改善法を実行しない場合では最適巡回路長に対して1.79~2.83倍の結果となり、ACOの方が良い結果が得られている。しかし、反復改善法を実行したGAでは、最適解に対して1.03~1.26倍となり、個体数によってはACOの結果と同程度の結果が得られている。

次に、各手法それぞれの最良解を得るまでに要した解析回数を、個体数別に図-5に示す。図は横軸に個体数、縦軸に解析回数として対数表記している。図中の記号は、前述の図-4と同様である。計算回数を比較すると、ACOの計算回数に比べ、反復改善法を実行しないGAで

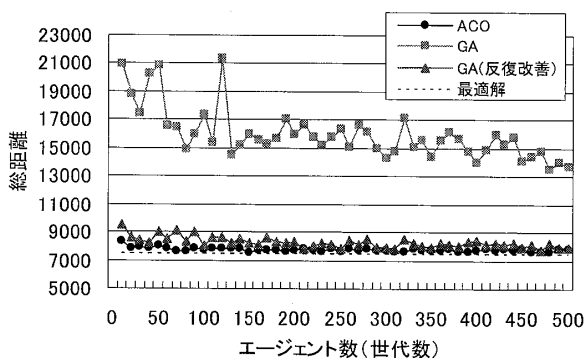


図-4 最適化手法別の最良巡回路長

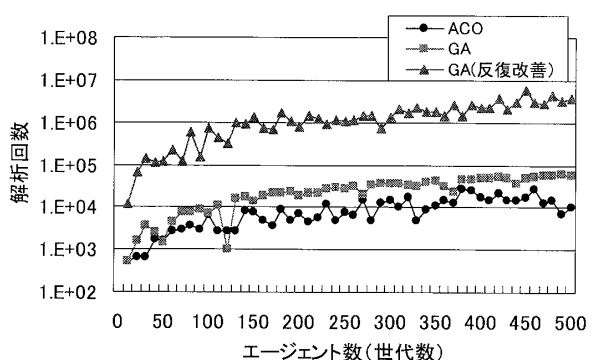


図-5 最適化手法別の解析回数

表-2 100都市問題の座標値

都市No	X	Y	都市No	X	Y	都市No	X	Y	都市No	X	Y
1	2995	264	26	241	1069	51	387	199	76	2356	1568
2	202	233	27	2658	360	52	2901	920	77	1604	706
3	981	848	28	394	1944	53	931	512	78	2028	1736
4	1346	408	29	3786	1862	54	1766	692	79	2581	121
5	781	670	30	264	36	55	401	980	80	2221	1578
6	1009	1001	31	2050	1833	56	149	1629	81	2944	632
7	2927	1777	32	3538	125	57	2214	1977	82	1082	1561
8	2982	949	33	1646	1817	58	3805	1619	83	997	942
9	555	1121	34	2993	624	59	1179	969	84	2334	523
10	464	1302	35	547	25	60	1017	333	85	1264	1090
11	3452	637	36	3373	1902	61	2834	1512	86	1699	1294
12	571	1982	37	460	267	62	634	294	87	235	1059
13	2656	128	38	3060	781	63	1819	814	88	2592	248
14	1623	1723	39	1828	456	64	1393	859	89	3642	699
15	2067	694	40	1021	962	65	1768	1578	90	3599	514
16	1725	927	41	2347	388	66	3023	871	91	1766	678
17	3600	459	42	3535	1112	67	3248	1906	92	240	619
18	1109	1196	43	1529	581	68	1632	1742	93	1272	246
19	366	339	44	1203	385	69	2223	990	94	3503	301
20	778	1282	45	1787	1902	70	3868	697	95	80	1533
21	386	1616	46	2740	1101	71	1541	354	96	1677	1238
22	3918	1217	47	555	1753	72	2374	1944	97	3766	154
23	3332	1049	48	47	363	73	1962	389	98	3946	459
24	2597	349	49	3935	540	74	3007	1524	99	1994	1852
25	811	1295	50	3062	329	75	3220	1945	100	278	165

は同程度の解析回数である。一方、反復改善法を実行した場合のGAでは、ACOの100倍程度の計算回数を必要としている。

52都市問題では両手法共に、最適巡回路長、あるいは最適巡回路長近傍の解を探索することができた。しかし、ACOとGAで同程度の解を探索するには、GAはACOの100倍程度の解析回数を必要とした。さらに、GAでは、反復改善法を用いて解の改良を行って良好な結果を得ることができたが、ACOでは基本的なアルゴリズムのみで計算を行った結果である。これらの計算結果より、TSPにおいてACOの探索能力の高さが確認された。

### 3.2 100都市問題への応用

前節の52都市問題では、基本的な論理のみで良好な結果が得られたため、次に都市数を100として数値計算を試みる。表-2に100都市問題における各都市の座標値を示す<sup>6)</sup>。100都市問題の場合、巡回路の組み合わせは $4.7 \times 10^{155}$ 通りとなり、大規模な問題となる。100都市問題の最適巡回路を図-6に示す。最適巡回路長は21294.29となる。

計算に用いたパラメータは、エージェント数  $n$  を50~500として50間隔、 $\alpha$  を1.0~1.5として0.1間隔、 $\beta$  を2.0~3.0として0.1間隔、 $\rho$  を0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 0.9とし、各パラメータを組み合わせで計算を試みた。

ここでは、上述したパラメータの全組み合わせのうち、最小の巡回路長となった結果を示す。最小の巡回路長となったパラメータは、 $n=300$ 、 $\alpha=1.0$ 、 $\beta=3.0$ 、 $\rho=0.1$ である。巡回路長は22895.24となった。図-7に得られた最良の巡回路を示す。図中の実線が、得られた最良巡回路である。最良巡回路長は、最適巡回路長と比べ1.08倍となり比較的良好な結果であると考えられるが、図-7に二重線で示したように、いくつかの経路が交差している。

TSPにおいて経路が交差する解が算定されることは、明らかに解の探索が不十分であることを示している。種々のパラメータの組み合わせから計算を試みたが、100都市の膨大な組み合わせ数となる設計問題になると、やはりACOの基本的な論理のみでは最適解の探索を行うことは難しいと考えられる。そこで、次にACOに対して簡単な改良を試みる。

### 3.3 局所探索機能の追加

ACOの改良は、これまで得られた比較的良好な巡回路周辺に対して、局所的に解を探索する局所探索機能とした。局所探索機能は、エージェント単体の単純な行動原理であるヒューリスティック情報を応用することにより実行される。ヒューリスティック情報は前述したように、個々のエージェントが次の経路を選択するときに、巡回路長に関係なく、より短い経路を選択するように付与される情報である。そこで、これまで得られたいくつかの良好な巡回路周辺に対して、ヒューリスティック情報を用いてより短い経路を探索すれば、これまでの良好な巡回路を基として、さらに巡回路長が短い巡回路が探索できると考えられる。

このような局所探索を実行するためには、各エージェントが高い確率で、これまで得られたいくつかの良好な巡回路を選択させる必要がある。そのため、まず次式により全ての経路のフェロモン情報を初期化する。

$$\tau_{ij}(t) = \frac{1}{L_{\min}} \quad (i=1 \sim NC, j=1 \sim NC) \quad (5)$$

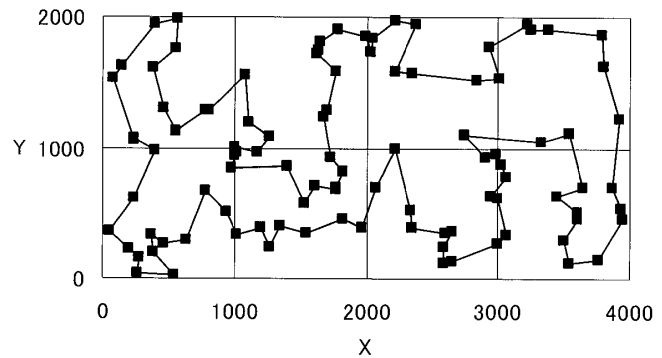


図-6 100都市問題の最適巡回路

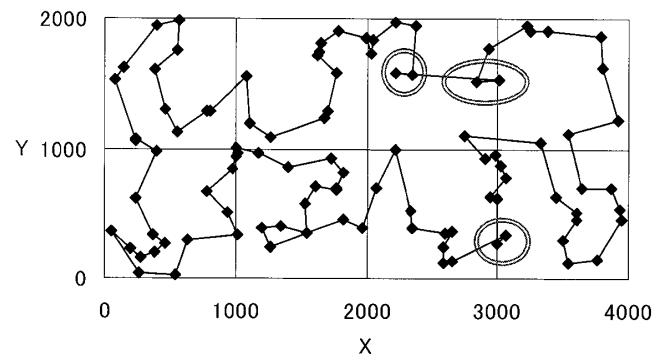


図-7 エージェント数400の巡回路



表-3 保存経路数別の最良巡回路長

巡回路保存数 $s$	巡回路長	最適解比率
最適解	21294.29	—
局所探索無し	22895.24	1.075
1	21317.32	1.001
2	21294.29	1.000
3	21323.40	1.001
4	21323.38	1.001
5	21331.84	1.002

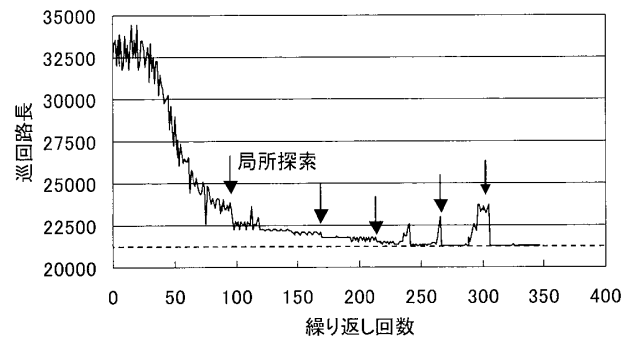


図-8 最良巡回路長の推移と局所探索

ここで、 $L_{\min}$ は繰り返し回数  $t$  までに得られた最良の巡回路長である。

さらに、解の探索過程において、巡回路長がより短い  $NR$  個の巡回路を保存しておき、局所探索を実行するときに、 $NR$  個の巡回路それぞれの経路に対して、次式によりフェロモン情報を初期化する。

$$\tau_{ij}(t) = \frac{1}{L_{\min}} \times NA \times \frac{1}{s} \quad (s = 1 \sim NR) \quad (6)$$

ただし、 $(i-j) \in O_s$

ここで、 $NA$ はエージェント数、 $NR$ は巡回路の保存数、 $s$ は保存巡回路の番号、 $(i-j)$ は都市  $i$  と  $j$  を結ぶ経路、 $O_s$ は  $s$  番目の保存巡回路に含まれる経路の集合である。 $s$  は 1 が最良の巡回路とし、以降、巡回路長の大小関係で順番付けされる。式 (5)、式 (6) により、これまで得られた良好な巡回路はフェロモンが増加し、そのほかの経路は一定量となる。これにより、高い確率でこれまで得られた良好な巡回路を選択するが、さらに前述の式 (2) に示したヒューリスティック情報により、良好な巡回路周辺のより短い経路を探索することが可能となる。

### 3.4 局所探索機能を追加した場合の計算結果

局所探索機能を追加して、3.2節で示した最良の結果が得られたパラメータを用いて計算を試みた。局所探索機能は、連続して繰り返し回数20回解の更新が得られない場合に1回実行する。また、収束条件に、局所探索を5回実行しても解の更新が得られない場合に、計算を終了する条件も追加した。

巡回路の保存数  $s$  を、1～5まで1間隔で設定し計算を試みた結果を示す。表-3に巡回路保存数別の最良巡回路長、および最適巡回路長との比を示す。結果はいずれの巡回路保存数においても、局所探索を行わない場合より解が改善されている。各保存数別の結果のうち、最も巡回路長が短くなった巡回路保存数2では最適巡回路が算定され、そのほかの巡回路保存数でも最適解との比が最大で1.002倍となり、最適解と同程度の解が得られている。

巡回路保存数2における巡回路長の推移を図-8に示す。図中の折れ線が、繰り返し回数に対する巡回路長の推移、点線が最適巡回路長である。また、図中の矢印で示した箇所は、局所探索が実行された繰り返し回数である。ACOの基本的な論理のみで、繰り返し回数50回程度までに最良解との比が1.08程度となる解を探索できているが、その後繰り返し回数100回程度まで解の更新が得られず、局所探索が実行されている。1回目の局所探索で巡回路長は大きく減少し、その後徐々にACOの基本的な論理と局所探索で巡回路長は減少していき、最終的に4回目の局所探索において最適解が探索されている。

これらの計算結果より、 $4.7 \times 10^{155}$ という組み合わせ数を持つ100都市の問題でも、ACOの簡単な論理の改良により、最適解の探索が可能となった。前節のGAとの比較や、大規模な設計問題による数値計算により、TSPにおいてACOの有効性が確認されたと考えられる。

#### 4. 一般的な組み合わせ問題への応用

前章までの計算結果から、TSPにおいてはACOが比較的有効な手法であることが確認された。しかし、ACOによる最適化は「経路」という概念を必要とするため、TSPのような問題に対しては適用可能であるが、一般的な組み合わせ問題に対してACOを直接組み込むことができない。そこで、ここでは、一般的な組み合わせ問題に対して「経路」の概念を導入することにより、ACOの拡張を試みる。以下に、一般的な組み合わせ問題へ拡張したACOの詳細、及びいくつかの追加機能について説明する。

##### 4.1 巡回路構築方法

ACOを拡張するためには、一般的な組み合わせ問題に対して「経路」の概念を組み込まなければならない。そこで本研究では、設計変数間の各候補値を設計変数の順にそれぞれ結び、これを経路と考える<sup>7)</sup>。この方法の概念図を $x_1$ 、 $x_2$ の2変数問題を例に図-9に示す。 $x_1$ の候補値の数を $n_1$ 、 $x_2$ の候補値の数を $n_2$ とする。図のように、 $x_1$ と $x_2$ の各候補値を並べ、これら結ぶ経路を $n_1 \times n_2$ 個作成する。

さらに、 $x_1$ を選択するために、仮想の始点 $x_0$ を作成し、 $x_0$ から $x_1$ を選択するための経路を $n_1$ 個作成する。このように作成された経路を、 $x_0$ から $x_2$ まで、順に1つずつ選択していくことにより巡回路が構築され、この巡回路にフェロモンを付与することにより最適化を行う。

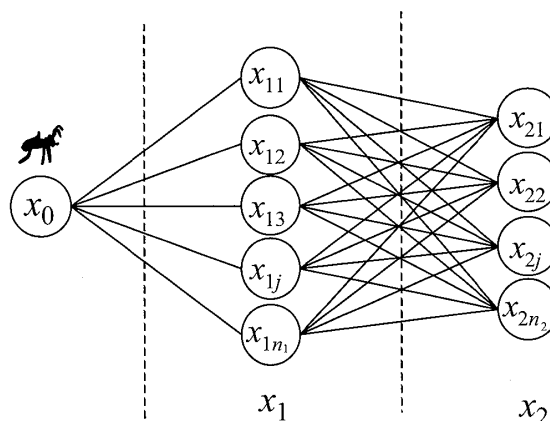


図-9 一般的な組み合わせ問題における経路の概念図

## 4.2 フェロモン情報の定式化

ACOにおける解の良否は、設計空間内にフェロモン情報として蓄積される。TSPでは巡回路長の長短が解の良否となったが、一般的な組み合わせ問題では、目的関数値の大小が解の良否となる。そこで、制約条件付きの最小化問題を前提とし、一般的な組み合わせ問題におけるフェロモン情報は、次式により算定される。

$$\Delta\tau_{ijn}(t) = \frac{1}{F_n} \quad (i = 1 \sim ND+1, j = 1 \sim ND, n = 1 \sim NA) \quad (7)$$

ここで、 $\Delta\tau_{ijn}(t)$ は繰り返し回数  $t$  において、 $n$  番目のエージェントが  $i$  番目の設計変数と  $j$  番目の設計変数を結ぶ経路( $i-j$ )に付与するフェロモン情報、 $F_n$ は  $n$  番目のエージェントのペナルティー関数<sup>8)</sup>を用いて無制約化した目的関数値、 $ND$ は設計変数の数、 $NA$ はエージェント数である。

## 4.3 ヒューリスティック情報の定式化

ヒューリスティック情報は、本研究では設計変数の値の逆数を用いる。しかし、設計変数の値を直接ヒューリスティック情報に用いた場合、設計変数間によって値が大きく異なる場合が多い。そのため、まず各設計変数は次式により正規化を行う。

$$z_{ik} = \frac{x_{ik} - x_{i \min}}{x_{i \max} - x_{i \min}} \quad (i = 1 \sim ND, k = 1 \sim N_i) \quad (8)$$

ここで、 $z_{ik}$ は  $i$  番目の設計変数における  $k$  番目の正規化した候補値、 $x_{ik}$ は  $i$  番目の設計変数における  $k$  番目の候補値、 $x_{i \max}$ は  $i$  番目の設計変数における候補値の最大値、 $x_{i \min}$ は  $i$  番目の設計変数における候補値の最小値、 $N_i$ は  $i$  番目の設計変数における候補値の数である。正規化された設計変数を用いて、ヒューリスティック情報は次式により算定される。

$$\eta_{ij} = \frac{1}{|z_{ik} - z_{jk}| + 1} \quad (i = 1 \sim ND, j = 1 \sim ND-1, k = 1 \sim N_i) \quad (9)$$

## 4.4 フェロモン情報の範囲付着

ACOによる解の探索は、経路に付着したフェロモン情報を用いる。そのため、大域的な解の探索には、設計空間内に対して広範囲にフェロモン情報が付着することが望ましいと考えられる。しかし、経路のフェロモン情報は、その経路を探索したエージェントが付着させる。そのため、広範囲にフェロモン情報を付着させるためには、より多くのエージェントを必要とするため効率的ではない。そこで本研究では、1エージェントが選択した経路のみならず、選択した経路の周辺に対しても、フェロモン情報を付着させる論理を追加した。

フェロモン情報を広範囲に付着させるため、まず経路( $i-j$ )を2次元の座標系( $i, j$ )に置換す

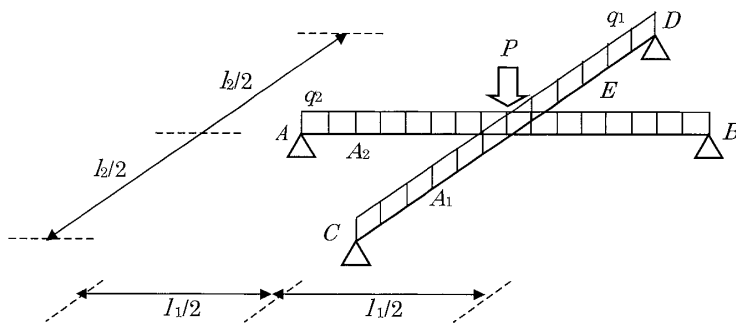
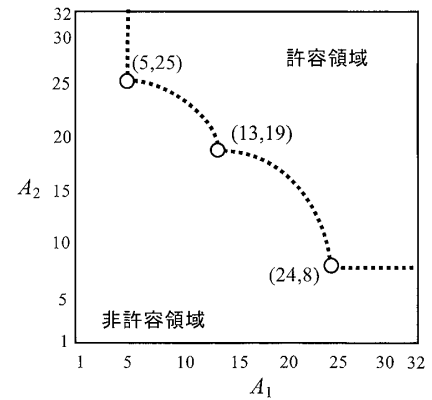
図-10 交差梁の最適設計問題<sup>8)</sup>

図-11 設計空間

る。さらに、エージェントが選択した経路を $(i_c - j_c)$ とすると、これを座標系 $(i_c, j_c)$ に置換して、2つの座標系から距離を算定する。この距離を用いてフェロモンの範囲付着を行う。

フェロモンの付着量は選択した経路を最大値として、選択した経路から距離が遠くなるほど式(10)により減少させ付着させる。つまり、 $n$ 番目のエージェントが付着するフェロモン情報は次式により算定される。

$$\Delta\tau_{ij_n}(t) = \frac{1}{F_n} \cdot \exp\left(-\frac{d_{in}^2 + d_{jn}^2}{r^2}\right) \quad (i = 1 \sim ND+1, j = 1 \sim ND, n = 1 \sim NA) \quad (10)$$

ここで、 $d_{in}$ 、 $d_{jn}$ は $n$ 番目のエージェントが選択した $i$ 番目あるいは $j$ 番目の設計変数の距離、 $r$ はフェロモンの付着範囲を決定するパラメータである。

#### 4.5 ランダム探索

ACOはフェロモン情報がより高い箇所にエージェントが集中する。そのため、フェロモン情報が広範囲に付着していない状態で良質な解が得られると、新たな探索が行われず、局所解に陥ることが考えられる。本研究は、このように局所解に陥った場合の対処方法として、ランダム探索を用いる。ランダム探索は、最良解が連続して更新されない回数がある値になると、フェロモン情報とヒューリスティック情報に関係なくランダムに経路を探索させて、設計空間上のフェロモンの局所的な増加を緩和させる機能とする。

### 5 構造最適設計問題への応用

前述した一般的な組み合わせ問題へ拡張したACOを用いて、ここでは構造最適設計問題に応用した例を示す。以下に設計問題、および数値計算例を示す。

## 5.1 最適設計問題

ACOの応用に試みたのは、図-10に示す交差梁の最適設計問題<sup>8)</sup>である。図中の $A_i$ は $i$ 部材の断面積、 $q_i$ は $i$ 部材の分布荷重、 $P$ は集中荷重、 $l_i$ は $i$ 部材のスパン長である。以下に目的関数、制約条件を示す。

$$OBJ = \sum_{i=1}^2 A_i L_i \quad (11)$$

$$g_j = \frac{|\sigma_{i \max}|}{20} - 1 \leq 0 \quad (j = 1 \sim 2) \quad (12)$$

ここで、 $\sigma_{i \max}$ は最大応力である。

設計変数は断面積 $A_1$ 、 $A_2$ の2変数で、設計変数の候補値は $A_1$ 、 $A_2$ 共に1~32の1間隔とする。設計条件は $l_1 = 100$ 、 $l_2 = 120$ 、 $q_1 = q_2 = 1.0$ 、 $p = 0.0$ とした。設定した設計条件では図-11のように局所解が3点あり、設計変数を $(A_1, A_2)$ として表すと、 $(5, 25)$ 、 $(13, 19)$ 、 $(24, 8)$ である。大域的最適解は $(24, 8)$ であり、その目的関数値は3360である。

## 5.2 数値計算結果

上述した設計問題に対する数値計算結果を示す。使用したACOのパラメータは、エージェント数 $NA$ を10、最大繰り返し回数を100、 $\alpha = 1.0$ 、 $\beta = 1.0$ 、 $\rho = 0.5$ 、 $r = 0.25$ とした。これらのパラメータを用いて、異なる10種類のランダムシーズを用いて計算を試みる。

表-4に得られたランダムシーズ別の最良解の目的関数値と、最良解が得られた繰り返し回数を示す。表より、使用した10種類のランダムシーズでは、いずれにおいても最適設計解が算定されている。また、最適設計解が算定された繰り返し回数は、最大でも32回目である。計算はエージェント数が比較的少ない10と設定したが、容易に最適解の探索ができています。

図-12には、表-4のランダムシーズ4の、解析回数に対する目的関数の推移を示す。図は

表-4 ランダムシーズ別の最良解

ランダム シーズ	最良解	繰り返し回数
1	3360	22
2	3360	17
3	3360	17
4	3360	32
5	3360	23
6	3360	9
7	3360	11
8	3360	14
9	3360	18
10	3360	18

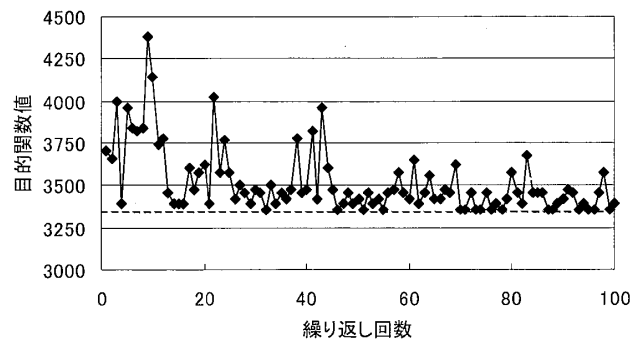


図-12 目的関数推移 (ランダムシーズ4)

横軸を解析回数，縦軸を目的関数とした．また図中の破線が最適設計解の目的関数値である．計算結果は，繰り返し回数40回目程度までは大きく目的関数値が振動しているものの，最適解を探索した40回以降では振動は少なくなり，収束性も比較的良いと考えられる．なお，繰り返し回数60, 80, 100回目付近で，目的関数値の振動が大きくなっている箇所がいくつかあるが，これは前章の4.5節に示したランダム探索が実行されたためである．

次に，繰り返し回数に対するフェロモン情報の変化を検討する．図-13には前述のランダムシリーズ4の計算における，フェロモン情報の量を示す．図示したのは，探索初期段階である繰り返し回数5回目，最適解が得られた32回目，および最大繰り返し回数である100回目のフェロモン情報の濃度である．図はそれぞれ上に示した長方形の図が， $x_0$  (仮定の始点) から $A_1$ の設計変数を選択するためのフェロモン情報の量，正方形の図が $A_1$ から $A_2$ を選択するまでのフェロモン情報の量である．正方形の図は横軸に $A_1$ ，縦軸に $A_2$ としている．図中の色が濃くなるほど，フェロモン情報が相対的に高い箇所である．

図より，繰り返し回数5回目では，図-11に示した局所解 (13, 19) 近傍を集中して探索していることが，フェロモン情報の濃度より検討できる．一方，最適解を探索した繰り返し回数32回目では，図-11に示した大域的最適解である，(24, 8) 近傍のフェロモン情報の値が高くなっている．同様に繰り返し回数100回でも，大域的最適解近傍を集中して探索していることが図より検討できる．これらのフェロモン情報より，局所解を探索しても，局所解にそのまま陥ることはなく大域的最適解を探索し，その後も安定して最適解近傍を探索していることがわかる．

## 6 あとがき

蟻の群行動を基とした最適化手法であるACOは，効率的に「経路」を選択する行動をモデル化しているため，ACOが対象とする問題も「経路」の概念を必要とする問題に限定されて

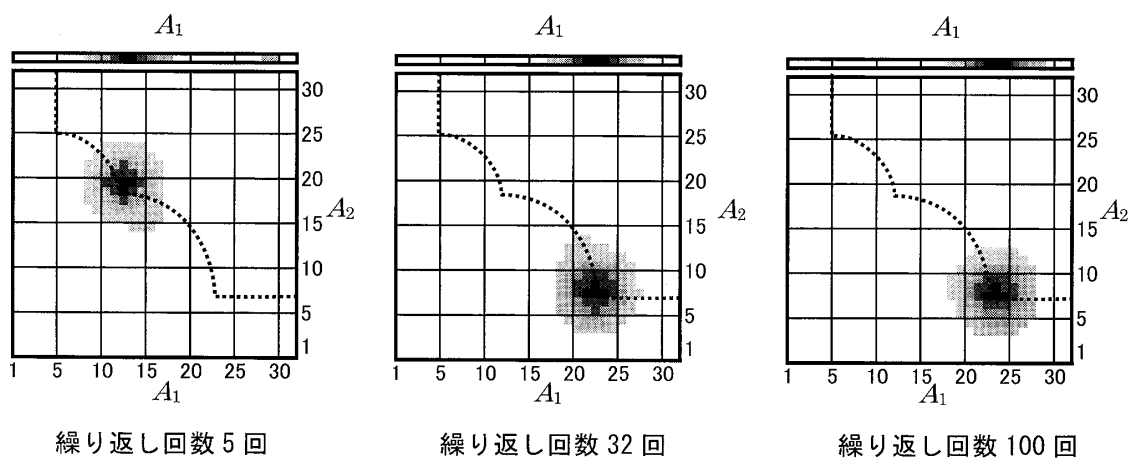


図-13 フェロモン情報の変化

いた。このようなACOを一般的な組み合わせ問題へ応用を行うことを目的とし、本研究ではまず、巡回セールスマン問題に対してACOを適用して基礎的な検討を試みた。

52都市問題へ適用した結果、基本的なACOの論理のみで最適解の探索が可能となった。また、GAとの比較を行うと、ACOと同程度の解をGAで探索するには100倍程度の解析回数を必要とし、TSPのような経路の概念をもつ問題に対して、ACOの有効性が確認された。

次に、100都市問題へ応用を試みた。100都市問題では、膨大な設計空間から解の探索を行う必要があり、いくつかのパラメータを用いて計算を試みたが基本的なACOの論理のみでは最適解の探索を行うことはできなかった。しかし、局所探索を行う簡単な論理を追加するだけで、最適解の探索が可能となった。

「経路」の概念を有する設計問題に対してACOの有効性が確認され、次に本研究の目的となる一般的な組み合わせ問題へACOの拡張を試みた。一般的な組み合わせ問題へのACOの拡張は、設計変数の各候補値を結ぶ仮想の「経路」を構築し、各経路にフェロモン情報を付与して最適化を行う方法とした。

拡張したACOを交差梁の最適設計問題へ応用を行った結果、少ないエージェント数でも安定して最適解の探索を行うことができた。また、フェロモン情報の変化から解の探索過程を検討すると、局所解を探索しているがそのまま局所解に陥ることは無く、大域的最適解を算定していた。また、解の収束過程も比較的良好であり、一般的な組み合わせ問題に対してもACOを応用することが可能となった。

本検討における数値計算例では、2変数問題に対してのみであった。今後、多変数問題に対してもACOを適用し改良を行えば、離散変数による最適化の有効な手法の一つとして確立すること可能であると考えられる。

## 参考文献

- 1) James Kennedy, Russell Eberhart and Yuhui Shi : Swarm Intelligence, Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
- 2) Marco Dorigo , Thomas Stutzle : Ant Colony Optimization , Bradford Books, 2003
- 3) 山川宏偏 : 最適設計ハンドブッカー基礎・戦略・応用一, 朝倉書店, 2004.
- 4) 杉本博之, 鹿美麗, 山本洋敬 : 離散的構造最適設計のためのGAの信頼性向上に関する研究, 土木学会論文集, No.471/I-24, pp.67-76, 1993.
- 5) 杉本博之, 鹿美麗 : 工業最適設計のための汎用GAプログラムについて, 北海学園大学学園論集, 第96・97号, pp.81-105, 1998.
- 6) TSPLIB, [http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/t\\_splib.html](http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/t_splib.html).
- 7) 阿部淳一, 杉本博之 : Ant Colony Optimizationに関する基礎的研究, 設計工学に関するシンポジウム講演論文集, pp.141-146, 2005.
- 8) 山田善一, 大久保貞二監訳 : 最適構造設計-概念・方法・応用一, 丸善株式会社, 1983.