

タイトル	世界経済の動学的応用一般均衡モデル-Dynamic GTAP Model -の理論構造
著者	笠嶋, 修次
引用	季刊北海学園大学経済論集, 57(4): 97-169
発行日	2010-03-25

《研究ノート》

世界経済の動学的応用一般均衡モデル — Dynamic GTAP Model — の理論構造

笠 嶋 修 次¹⁾

目 次

はじめに

第一部 静態的 GTAP モデルの概要

- 1 静態的 GTAP モデルのグラフによる概観
- 2 定義式および市場均衡の会計的表現
 - 2.1 財の市場別生産・販売額の会計式
 - 2.2 民間家計の需要
 - 2.3 企業の間接財需要および生産要素需要
 - 2.4 地域家計の所得
 - 2.5 国際輸送セクター
- 3 最適化による財・サービス需要および生産要素需要の導出
 - 3.1 最適化手法
 - 3.2 各経済主体の最適化行動と財・サービスおよび生産要素の需要
- 4 国際金融セクターと地域別設備投資の決定
 - 4.1 期待純資本収益率基準による地域別投資配分
 - 4.2 地域別資本ストックの実績シェアを用いた設備投資配分
- 5 経済厚生測り方

第二部 動学的 GTAP モデル (Dynamic GTAP Model) の理論構造

- 6 GTAP-Dyn モデルにおける時間の概念と資本蓄積方程式
- 7 金融資産の定義と資本所得
 - 7.1 金融資産の定義と所有関係
 - 7.2 金融資産の蓄積
 - 7.3 地域家計および地域企業の資産蓄積の変化
 - 7.4 国際投資信託の資産と株主資本
 - 7.5 株主資本所得
- 8 GTAP-Dyn モデルにおける設備投資決定理論
 - 8.1 粗資本収益率の必要成長率
 - 8.2 粗資本収益率の期待成長率
 - 8.3 資本収益率の適応的期待形成と設備投資
 - 8.4 適応的期待形成による設備投資決定メカニズム：GTAP-Dyn モデルの設備投資決定モジュール
 - 8.5 国際資本移動における長期均衡

参考文献

1) 本研究は平成 21 年度北海学園学術助成総合研究（研究課題「人間・社会・自然のシミュレーション／動的システムのモデル化」）の助成を受け実施した。ここに謝意を表す。

はじめに

応用一般均衡モデル (Applied General Equilibrium Model) は産業連関表、貿易統計等のデータおよび計量経済的手法等により推計された各種パラメータの数値等を用い、会計的定義式、経済主体の最適化行動から導出された行動方程式、および財や生産要素の市場均衡式などから理論的に構築された経済の一般均衡状況をベースモデルとし、財政政策、貿易政策、環境政策等の変化あるいは技術水準の変化等により生み出される新たな経済の一般均衡状況を数値的に解析、シミュレーションする分析モデルである²⁾。応用一般均衡モデルの嚆矢は Johansen (1960) とされるが、Scarf (1967, 1973) が数値化された一般均衡モデルの不動点解を求めるアルゴリズムを考案したことを契機に、数学的一般均衡理論を数値解析モデルに応用する可能性が拡大したとされる³⁾。その後、Scarf の弟子である Shoven および Whalley などが 1970 年代に Scarf のアルゴリズムを応用し、応用一般均衡モデルの構築と精緻化に貢献した⁴⁾。とりわけ 1970 年代には 2 度にわたるオイルショックによる経済・産業構造のドラスティックな変化を経験し、それまで経済予測モデルの主流であった時系列データを用いるマクロ計量分析モデルでは的確な経済予測が困難になった事情等もあり、企業の費用最小化行動など経済主体の最適化行動をベースに経済・産業構造の変化をシミュレーションできる応用一般均衡モデルに対する関心が次第に高まってきた。また、応用一般均衡モデルは各国の産業連関表を基本データとして使うため、多くの産業部門間の相互関連を分析するのに適しており、経済政策の変化が個別産業に及ぼす効果を詳細に分析できる利点を有する。とりわけ 1980 年代後半以降は、コンピュータの高速化とパーソナルコンピュータの普及とともに、GEMPACK, GAMS, HERCULES, CASGEN などの応用一般均衡モデル用の最適化制御を行う専門プログラムが開発され、応用一般均衡モデルを使った分析・研究分野への参入障壁が大幅に低められたことも同モデルの発展・普及に貢献した。現在では、応用一般均衡モデルを使った分析は、応用経済学分野で重要な一領域を形成・確立するに至っている。

応用一般均衡モデルの特徴として以下の諸点があげられる。第一に、家計、企業、政府等経済主体の最適化行動を明示的にモデル化し、市場価格のもとでの最適化行動の結果得られる財や生産要素の需要量・供給量を導出できること。第二に、価格メカニズムのもとで、経済主体の最適化行動によって導出された財や生産要素の需要量と供給量を均衡化させる市場均衡価格を算出できること。第三に、産業連関表やパラメータ等のデータを用い基準年における経済の一般均衡状態を数値的に特定したうえで、政策変化等の結果生じる経済の一般均衡の比較静学的変化を数値的に解明できること。また、多国間一般均衡モデルや動学的モデルの構築も可能であり、この論文で紹介する GTAP モデルを始め複数のモデルが開発されている。

応用一般均衡モデルを使った分析例としてはたとえば以下のようなものがある (Dixon and Parmenter, 1996)。

次のような一般均衡モデルにとって外生的である諸要因が変化した場合、

2) 応用一般均衡モデルは数値計算可能な一般均衡モデル (Computable General Equilibrium Model—CGE model—) とも呼ばれる。

3) 応用一般均衡モデルの歴史的発展経緯等については Dixon and Parmenter (1996) が詳しい。

4) Shoven と Whalley は共同で応用一般均衡モデルを使った多くの研究業績を残しているが、それらの中の主要なものには Shoven and Whalley (1992) に纏められている。

- ・ 税制および政府支出
- ・ 輸入関税等の貿易政策
- ・ 環境保護規制政策
- ・ 産業別の技術進歩
- ・ 国際商品価格相場や国際金利
- ・ 賃金決定制度や労働組合の交渉方法の変更
- ・ 鉱物資源の発見や枯渇の見通し

経済の一般均衡の変化を引き起こし、次の内生変数がどのように変化するか、について数値解析シミュレーションを行う。

- ・ GDP 等のマクロ経済変数
- ・ 産業別生産量等の諸変数
- ・ 地域別生産量等の諸変数
- ・ 賃金・雇用等の労働市場変数
- ・ 所得階級別の所得分配の変化
- ・ 環境関連変数
- ・ 経済厚生指数

応用一般均衡モデルはまず一カ国における税制変化等に伴う当該国経済各部門への影響を比較静学的手法で分析する静態的モデルとして開発された。その後、対外貿易取引データを組み込むことにより多国間静態的一般均衡モデルが開発される一方、近年は動学的モデルの研究も活発に行われるようになってきた。動学的モデルにはオーストラリア Monash 大学経営・経済学部付設の政策研究センター (Center of Policy Studies) の Peter Dixon 教授のチームが開発した Monash モデルのような一カ国モデル (Dixon and Rimmer, 2002) と、本論文で取り上げる Dynamic GTAP モデルのような多国間動学的応用一般均衡モデルとがある。また、動学分析の手法として、期毎にシミュレーションを行い、その結果変化した資本蓄積量等が次期に引き継がれてあらたな経済ショックのもとで次期のシミュレーションを行う手法である再帰的動学モデル (Recursive Dynamic Model) と、合理的期待形成仮説等の期待形成方法のもとで全ての期を見通した意思決定を行う異時点間最適化動学モデル (Intertemporal Optimization Dynamic Model) とがある。

本論文は、応用一般均衡モデルのなかでも世界中で多くの研究者および政策立案担当官僚などにより使われている GTAP モデルの動学版である Dynamic GTAP モデルを取り上げ、その理論構造を詳述することを主目的としている⁵⁾。GTAP (The Global Trade Analysis Project) は米国 Purdue 大学農業経済学部付設研究機関である世界貿易分析センター (Center for Global Trade Analysis) において、同学部の Thomas Hertel 教授のチームが 1992 年に開発した多国間静態的応用一般均衡モデルである。理論的一般均衡を数値解析可能なようにモデル化、コード化した gtap.tab というプログラムと、世界各国の産業連関表データ、貿易統計および計量経済

5) スタンダードな GTAP モデルはシミュレーション期間を分割せずに一期間だけの比較静学分析を行う静態的モデルであり、本論文ではスタンダードな GTAP モデルを「静態的 GTAP モデル」、一方、再帰的動学分析を行う動学モデルを「動学的 (Dynamic) GTAP モデル」と呼称する。

的手法等により推計された代替弾力性等の各種パラメータ等を含む GTAP データベースから構成されている。GTAP の開発に際し Monash 大学の政策研究センター (Center of Policy Studies) の協力を得ており、数値解析モデル化は同センターの代表的な一ヵ国静態的応用一般均衡モデルである ORANI モデルと同じ手法である Johansen の線形化最適方法 (Linearized optimization method) を基本手法として採用している⁶⁾。また、シミュレーション実行ソフトウェアとして同センターの Impact Project が開発した GEMPACK (General Equilibrium Modeling Package) を使っている。GTAP データベースは 3～5 年の周期でアップデートされ、最新の第 7 版 (GTAP 7 Data Base) は 2004 年を基準年とし、世界 113ヵ国・地域および 57 産業部門から構成されている。

世界経済の動的応用一般均衡モデルである Dynamic GTAP モデルは、静態的 GTAP モデルの再帰的動学モデルである。経済の一般均衡を描写する会計的定義式、消費者行動理論および企業行動理論等に基づく行動方程式、および市場均衡式など一般均衡のフレームワークは静態的 GTAP モデルと同一であるが、主要な相違点は海外直接投資による地域間の国際資本移動を導入し、地域別の資本蓄積とそれが生み出す資本所得をモデル内で内生化していることである。国際資本移動は資本収益率の地域間相違を基準に発生するが、投資家の資本収益率に関する期待形成には誤差が発生することを認め、かつ期待誤差の修正にも時間を要する (適応的期待形成) ことが仮定されている。国際資本移動による動学的な資本蓄積を導入し、かつ再帰的動学モデルにすることによって、政策変化、技術進歩、人口変化、生産要素賦存量の変化等の外生的ショックを異なる期間に適用し、それが生み出す地域別、産業別産出量や価格等への影響を動的に分析することが可能となっている。

Dynamic GTAP モデルは Ianchovichina and McDougall (2001) によって現行モデルの理論的基礎、とりわけ国際資本移動概念の定義と設備投資決定理論が確立されている。基礎理論の形成と並行し、再帰的動学モデルでシミュレーションを行うためのソフトウェア RunGDyn も Monash 大学の政策研究センター (Center of Policy Studies) で開発され、この分野の未経験者にも動学的応用一般均衡シミュレーションへの参入障壁を低下させている。また、Dynamic GTAP モデルの理論とシミュレーション手法の習得を目的としたワークショップ (Purdue 大学 Center for Global Trade Analysis 主催) も 2006 年から隔年ごとに開催されるようになっている⁷⁾。しかし、Ianchovichina and McDougall (2001) で分析されている設備投資決定理論等は若干、難解であるため筆者の Dynamic GTAP モデル・ワークショップへの参加経験を踏まえ、その理論構造を比較的平易に解説することが本論文の狙いである。

本論文は二部構成からなっている。本論文は Ianchovichina and McDougall (2001) に従い、Dynamic GTAP モデルの理論構造を解明することを主目的とするが、Dynamic GTAP モデルは一般均衡の数値解析の定式化において静態的 GTAP モデルの理論の上に組み立てられているため、まず第一部において静態的 GTAP モデルの理論構造とモデルコードの概要を整理した⁸⁾。

6) Johansen の線形最適化法および関連手法 (Euler method, Gragg method) については 3.1 節で詳述する。

7) 静態的 GTAP モデルの習得を目的としたワークショップは毎年、開催されており 2010 年はその第 18 回目となる。

8) 第一部は、GTAP モデルの理論をコード化した GTAP.tab プログラムに沿いつつ、Hertel and Tsigas (1997) および川崎 (1999) を主要参考文献とし、McDougall (2001) などその後の理論的發展も加えて整理した。

第一部の第1節では、各経済主体間の収入と支出の流れをグラフ化し、経済の一般均衡の鳥瞰図を描いている。第2節では、第1節で図示された経済の一般均衡の姿について、税・補助金も含めた経済主体間の収入と支出の流れを会計式によって展開する。第3節では、GTAPモデルで使われるJohansen手法等の最適化方法について説明したのち、消費者行動理論に基づく家計の消費財需要の導出、ならびに企業行動理論に基づく企業の生産要素需要、中間財需要の導出および利潤ゼロ条件の定式化を行う。第4節では、静態的GTAPモデルにおける地域別設備投資額の決定方法について説明する。同モデルでは、地域別設備投資決定基準として、純資本収益率の国際間均等化基準と地域別の設備投資シェアを固定化する方法との二通りが取り入れられている。しかし、静態的GTAPモデルにおける地域別設備投資額の決定基準はナイーブなものであり、また国際資本移動に伴う資本所得の変化等も考慮されていない。本論文の主題であるDynamic GTAPモデルの貢献は、より現実に近い地域別設備投資額の決定基準を導入し、動学化した点である。第5節では、外的ショックが与えられ経済の一般均衡が変化したときの経済厚生の変化の要因分解手法を説明する。

第二部は、Dynamic GTAPモデルの理論構造の骨子を詳述している。まず、第6節でDynamic GTAPモデルにおける時間概念を定義し、基本的な資本蓄積方程式を定式化している。同モデルでは、シミュレーションする各期を固定的な長さをもつ期間とはせず、プロジェクト毎に各期の時間的長さを変更できるという特徴がある。第7節は国際資本移動における金融資産概念の定義、資本の所有関係と資本蓄積の態様および資本所得の創出とその分配等の定義を行う。金融資産として株式資本に代表させ、国際資本移動は海外直接投資に伴って発生するものとされている。第8節は設備投資決定理論でDynamic GTAPモデルの理論的コアになる部分である。動学モデルにすることによって、第4節で取り上げた静態的GTAPモデルの地域別設備投資額の決定方法に置き換わる部分である。各地域の設備投資は国内企業の設備投資と外国企業の対内直接投資の合計からなり、設備投資額および国際資本移動を決定する基準は、資本収益率の適応的期待形成プロセスに基づくものとされている。

第一部 静態的GTAPモデルの概要

1 静態的GTAPモデルのグラフによる概観

GTAPモデルは、世界経済の一般均衡を数学モデルで描写する多数の会計的定義式、行動方程式および市場均衡式群から構成されている。会計的定義式は、GDPの最終需要項目別構成、需要の経済主体別構成、市場価格表示の生産額と生産者価格表示の生産額との関係を表わす式など、様々な会計的関係式からなっている。行動方程式はミクロ経済理論によって定式化された各経済主体の最適化行動により導出される財・サービスの需要量、供給量等を表わす方程式群などから構成されている。市場均衡式は財市場別、生産要素市場別の市場の均衡状況を表わす式である。

静態的GTAPモデル（以下GTAPモデルと略称）の理論構造を理解するためにはまず、各経済主体間の取引に関わる金額のフローと、政府による課税・補助金政策に伴う財・サービスの市場価格と経済主体が受け取ったり、支払ったりする価格（GTAPモデルではAgent priceと呼んでいる）の相対関係を明らかにすることが有効である。次いで、各々の財・サービス市場の市場均衡を定義するとともに、消費者行動理論および企業行動理論に基づいて財・サービスおよ

び生産要素の需要と供給を表わす行動方程式を導出する。

Brockmeier (2001) は、財・サービスおよび生産要素の需要、供給を導出する行動方程式は捨象し、各経済主体間での財・サービスおよび生産要素サービスの取引に伴う資金の流れと税・補助金による政府の市場介入に伴う資金の流れをグラフ化し、GTAP モデルによる世界経済の一般均衡の分析枠組みを簡潔に提示している。以下、Brockmeier (2001) の手法に従い、会計的關係式から GTAP モデルの理論構造の骨組みを見ていく (図 1 および図 2 参照)。

通常のマクロ経済分析およびミクロ経済分析では、経済主体は民間家計 (消費者)、企業、政府部門および海外部門の四つからなるが、GTAP モデルでは付加価値ベースでの総収入および総支出を統制する上位概念の経済主体として、国あるいは地域ごとに「地域家計」という経済主体を導入している。地域家計の概念を導入することにより、国民所得三面等価原則の適用が容易となるとともに、地域における経済厚生の指標としての等価変分を計算することが容易になるという利点がある (Brockmeier, 2001)。

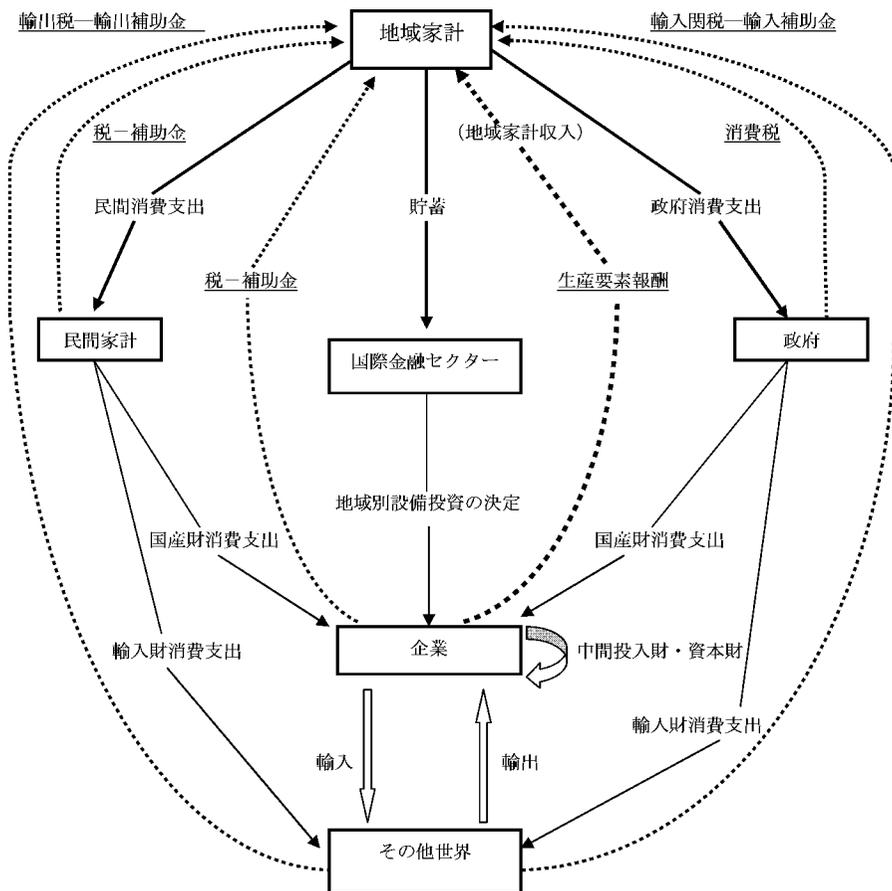
図 1 および図 2 で点線の矢印は地域家計の収入の流れを示し、実線の矢印は地域家計からの支出を原資とする財・サービスへの支払い金額の流れを表している。まず収入サイドをみると、地域家計は (農業用) 土地、資本、労働といった生産要素サービスが生み出す生産要素報酬を企業から受け取るとともに、各経済主体の取引に課せられる税および支給される補助金の差額を収入として得ている。支出サイドをみると、地域家計は受領した総収入をコブ・ダグラス型 (一人当たり) 効用関数に基づき、民間家計に対する民間消費支出 (GTAP のコードでは PRIVEXP, コードの説明については図 2 の注を参照。以下同様)、政府に対する政府消費支出 (GOVEXP) および貯蓄 (SAVE) に支出する。コブ・ダグラス型効用関数であるためそれぞれの用途に対する支出割合は原則一定であることが仮定されている⁹⁾。

民間家計は地域家計から配分された予算を各消費財・サービスに支出するが、効用関数として Hanoch (1975) による代替弾力性の差が一定である効用関数 (Constant Difference of Elasticities-CDE-utility function) を用いている。この効用関数は需要の所得弾力性が一定であることを仮定しない non-homothetic な効用関数で、これから導出される CDE 最小支出関数 (CDE implicit expenditure function) は通常用いられる代替弾力性一定型 (CES) 支出関数に比べ制約条件が少なく、所得と自己価格弾力性の情報をもとに財・サービスの需要量が比較的容易に導出されるという特徴を有する (Hertel et al. 1991)。民間家計による財への支出は地域内の企業から購入する国産財への消費支出 (VDPA) と輸入財への消費支出 (VIPA) とからなる。国産財と輸入財への支出配分はアーミントンの仮定を適用している。すなわち、同一財に分類される財であっても国産財と輸入財は異なる財とみなし、また輸入財についても輸入相手国別に異なる財であるとみなして消費支出を決定すると仮定している。まず、輸入相手国別輸入量を決定し、その結果得られる財別の平均輸入価格と国産財価格およびアーミントン代替弾力性に基づき、国産財への消費支出と輸入財への最適消費支出を決定する。

政府の財別消費はコブ・ダグラス効用関数に基づき予算の一定比率が各財に支出される。国産

9) しかし地域家計はコブ・ダグラス効用関数に基づき用途別に支出割合を決定するものの、民間家計の効用関数は支出金額に応じて財別支出割合が変化する non-homothetic な「代替弾力性の差が一定型の効用関数 (CDE utility function)」に従った消費支出決定を行うため、地域家計の用途別支出割合は厳密には一定とはならない。

図1 GTAPモデルの鳥瞰図



注：実線の矢印は地域家計を上位概念の経済主体とする支出の流れを表し、点線の矢印は地域家計が受け取る税や補助金を考慮した収入の流れを表している。

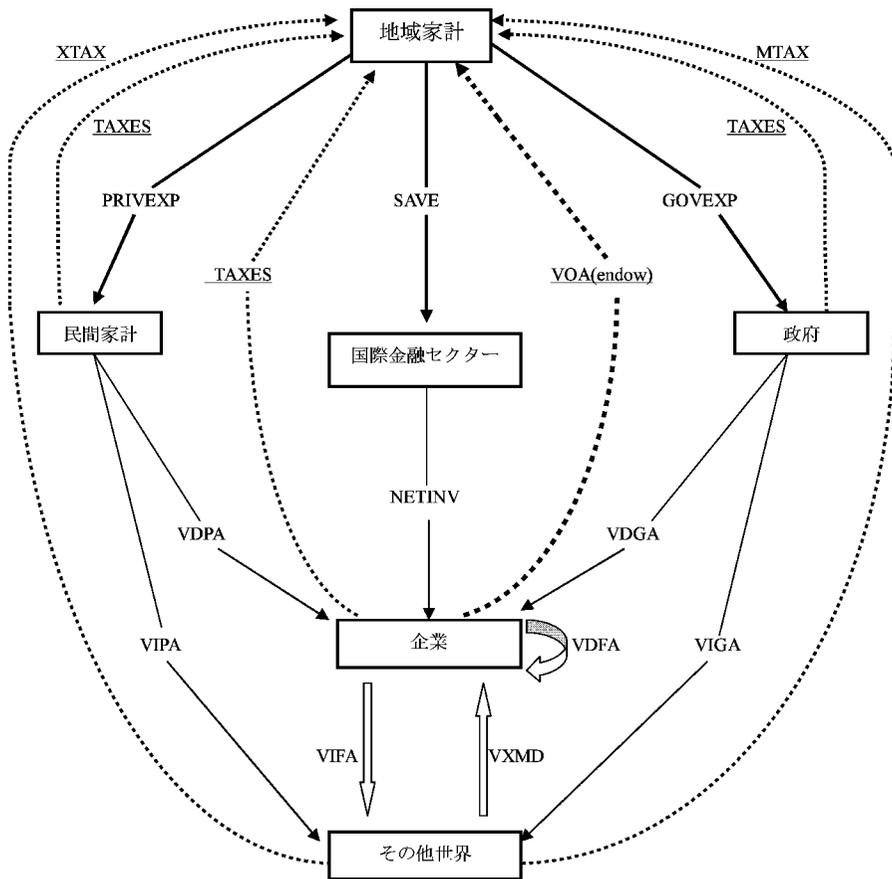
出所：Brockmeier (2001), Figure 6 に加筆

財への政府消費支出 (VDGA) と輸入財への政府消費支出 (VIGA) の振り分けは家計消費支出の場合と同様、アーミントンの方法に従ってなされる。

企業の売上は民間家計 (VDPA) および政府 (VDGA) への消費財販売に加え、国内の他の企業への中間投入財・資本財の販売 (VDFA)、国際金融セクターによって割り当てられた貯蓄に対する設備投資財の販売 (NETINV) および海外 (其他世界) への輸出 (VXMD) からなる¹⁰⁾。また、中間財・資本財を海外 (其他世界) から輸入 (VIFA) する。企業が購入する輸

10) 設備投資財の購入は企業間取引であるから、会計計算上は中間投入財・資本財 (VDFA) および輸入 (VIFA) に含まれる。

図 2 GTAP モデルの鳥瞰図：GTAP のコードを使った表現



注 1：実線の矢印は地域家計を上位概念の経済主体とする支出の流れを表し、点線の矢印は地域家計が受け取る税や補助金を考慮した収入の流れを表している。

2：各コードのフルネームは次のとおりである。

PRIVEXP：private household expenditure on tradeable commodity evaluated at agents' prices

GOVEXP：government household expenditure evaluated at agents' prices

SAVE：value of net savings

NETINV：net investment

VDPA：value of expenditure on domestic tradeable commodity by private household evaluated at agents' price

VIPA：value of expenditure on imported tradeable commodity by private household evaluated at agents' price

VDGA：value of expenditure on domestic tradeable commodity by government household evaluated at agents' price

VIGA：value of expenditure on imported tradeable commodity by government household evaluated at agents' price

VDFFA：value of purchases of domestic tradeable commodity by firms evaluated at agents' price

VXMD：value of exports of tradeable commodity evaluated at exporter's market prices

VIFA：value of purchases of imported tradeable commodity by firms evaluated at agents' price

VOA (endow)：value of endowment commodity supplied evaluated at agents' price

TAXES：taxes minus subsidies

MTAX：import tariff - import subsidy

XTAX：export tax - export subsidy

出所：Brockmeier (2001), Figure 6

入財の輸入相手国別構成はアーミントンの手法に従い、個々の輸入相手国の財を区別する差別化製品的な扱いを行う。また、輸入財と国産財とは分離可能とし、財別に平均輸入価格を計算し輸入財と国産財の最適構成を一定の代替弾力性のもとで決定する。

企業は規模に関して収穫一定の生産関数で財の生産を行い、市場均衡では利潤ゼロが成立する。すなわち、企業は売上高から中間投入財への支出を差し引いた付加価値総額を（農業用）土地、資本および労働サービスの提供者である地域家計に生産要素報酬（VOA (endow)）として全て分配する。

地域家計はコブ・ダグラス効用関数のもとで収入の一定割合を貯蓄（SAVE）に回す。この地域別貯蓄は国際金融セクターという仮想の金融機関に集められ地域別の設備投資資金（NETINV）としてファイナンスされることになる。開放経済では地域別に貯蓄額と投資額が一致する必要はないが、世界全体では総貯蓄額と総投資額は一致しなければならない。すなわち、地域家計が予算を全て使い切り、企業が正の経済上の利潤を獲得せず、全ての市場で均衡が成立すれば、ワルラス均衡では世界の総貯蓄と総投資とは均衡することになる¹¹⁾。

税および補助金等政府の市場介入による資金の流れは以下のものである。まず国内の経済取引に関する税・補助金の流れをみると、民間家計は所得税および消費税と補助金の差額（TAXES）を地域家計に納入する。政府は政府消費支出に伴う消費税（TAXES）を地域家計に納入する。また企業は利潤ゼロ仮定により法人所得税は発生しないが、生産税、物品税、中間投入財に対する課税等と補助金の差額（TAXES）を地域家計に納入するとされている。

課税・補助金により市場価格（market price）と経済主体（民間家計、企業、政府）の価格（agent price）との間で乖離が生じるが、これはGTAPモデルでは「従価税力（power of ad valorem tax）」という数値で分析される。課税による市場価格と経済主体価格（消費者価格、生産者価格）との乖離は、例えば国産財に対する民間家計消費支出についてみると、次の従価税力を生じさせる。

$$TPD = \frac{VDPA}{VDPM}$$

ここでVDPAは消費者（経済主体）価格で評価された民間家計の国産財支出額、VDPMは市場価格で評価された民間家計の国産財支出額、TPDは従価税力である。消費者が納税者の場合、従価税力は1を上回る数値（ $VDPA > VDPM$ ）となる。一方、民間家計が課税されるのではなく、補助金を受け取る場合は従価税力は1を下回る数値（ $VDPA < VDPM$ ）となる。企業についても同様な従価税力が算出され、企業に課税される場合は従価税力（生産者価格表示生産額／市場価格表示生産額）は1を下回り、補助金を受ける場合は同指数は1を上回ることになる。

対外経済取引に伴う課税、補助金の場合、従価税力は市場価格表示金額と世界価格表示金額の比率で表される。まず輸出税と輸出補助金のケースをみしてみる。輸出する地域の政府が輸出税を課すと世界価格であるfob価格は輸出国の国内市場価格を上回るから、従価税力（輸出国の国内市場価格表示の輸出額／世界価格（fob）表示輸出額）は1より小さくなり、輸入国は輸出税相当額を輸出国に所得移転することになる。すなわち、図1および図2で、その他世界から地域家

11) 標準的な静態的GTAPモデルでは資本収益率は各地域で共通であると仮定されている。すなわち資本収益率の地域間差に基づく国際資本移動はないと仮定されている。しかし、オプションにより、地域別に異なる資本収益率を外生的に与え、設備投資額を外生的に決めることも可能である。

計への輸出税額 (XTAX) 支払いが発生する。一方、輸出国政府が輸出補助金を供与する場合は、fob 価格は輸出国の国内市場価格を下回るから、従価税力 (輸出国の国内市場価格表示の輸出額/世界価格 (fob) 表示輸出額) は 1 より大きくなり、地域家計からその他世界への輸出補助金相当額の所得移転が生じることになる (図 2 では $-XTAX$ となる)。

次に輸入関税と輸入補助金のケースをみってみる。輸入する地域の政府が輸入関税を賦課すると輸入品の世界価格である cif 価格と輸入国の国内市場価格との乖離が発生する。この場合、従価税力 (輸入国の市場価格表示の輸入額/世界価格 (cif) 表示の輸入額) は 1 より大きくなる。輸入関税は輸入国の民間家計、企業および政府により輸入国の地域家計に納入されることになる (図 2 で MTAX)¹²⁾。一方、輸入国政府が輸入補助金を支給する場合は、輸入国の国内市場価格は cif 世界価格を下回るから、従価税力 (輸入国の市場価格表示の輸入額/世界価格 (cif) 表示の輸入額) は 1 より小さくなる。輸入補助金は輸入国の地域家計から、民間家計、企業および政府に対して支払われることになる。なお、図 1 および図 2 では、作図の便宜上、地域家計からその他世界への支出 (図 2 では $-MTAX$) としてある。

2 定義式および市場均衡の会計的表現

本節では、前節の図 1 および図 2 で示された財や補助金も含めた経済主体間の支出と収入の流れについて、定義式および市場均衡式等の会計的表現を示す。まず 2.1 では、輸出国における国内市場の均衡→税・補助金による輸出国政府の市場介入→海外への輸出と輸入国政府の市場介入→輸入国における国内市場の均衡の流れで展開する。ついで、2.2 では民間家計の消費支出について消費者価格表示の金額と市場価格表示の金額の関連を示し、さらに家計の消費支出を国産財と輸入財に分解して示す。2.3 では、企業の間接財購入を国産財と輸入財に分解し、さらに課税を考慮し生産者価格表示の支出額と市場価格表示の支出額の関連を示す。次の企業による投入生産要素への支払いと、均衡における利潤ゼロ条件を定式化している。2.4 では地域家計の所得の源泉を定式化し、2.5 では財の輸出入に伴う地域別輸送費用の負担を分析するため輸送を担当する国際輸送セクターの概念を導入する。

2.1 財の市場別生産・販売額の会計式

(1) 輸出国の国内市場

r 国が i 財の輸出国、 s 国が輸入国とし、市場毎の販売額の表示を整理してみる。まず、市場価格 (market price) 表示の生産額と生産者価格 (agent price) 表示の生産額との間には以下の関係がある¹³⁾。

$$\cdot \text{市場価格表示生産額と生産者価格表示生産額} \\ VOM(i,r) = VOA(i,r) + PTAX(i,r) \quad (1)$$

12) 輸入関税の地域家計への納入は本来、民間家計、企業、政府から地域家計への税支払い (TAXES) に含まれるものであるが、図 1 および図 2 ではグラフ作成の便宜上、その他世界から地域家計に納入されるように作図してある点に注意。

13) GTAP モデルで使用されるコードは 2 種類あり、大文字で表わされるコードが金額、数量等の実額水準値を、小文字で表わされるコードはそれらの変化率 (伸び率) を示す。

$VOM(i,r)$: r 国で生産された i 財の市場価格で表示された生産額
 $VOA(i,r)$: r 国で生産された i 財の生産者価格で表示された生産額
 $PTAX(i,r)$: r 国で生産された i 財に対する課税額

生産された財は国内市場 (r 国) と海外市場 (s 国) に販売されるから

・財の市場均衡式

$$VOM(i,r) = VDM(i,r) + \sum_{s \in REG} VXMD(i,r,s) + VST(i,r) \quad (2)$$

$VDM(i,r)$: r 国における i 財の市場価格で表示された国内市場販売額
 $VXMD(i,r,s)$: r 国から仕向け s 国への i 財の輸出額 (市場価格表示)
 $VST(i,r)$: r 国からの i 財の輸出にかかる国内輸送費
 REG : GTAP データベースにおける国・地域の集合

r 国の国内市場では、民間家計、政府部門および各産業の企業向けに販売される。

・国産財市場の需要分野別構成

$$VDM(i,r) = VDPM(i,r) + VDGM(i,r) + \sum_{j \in PROD} VDFM(i,j,r) \quad (3)$$

$VDPM(i,r)$: r 国における国産 i 財に対する民間家計の国内需要
 $VDGM(i,r)$: r 国における国産 i 財に対する政府部門の国内需要
 $VDFM(i,j,r)$: r 国における国産 i 財に対する j 産業の国内中間需要

(2) 世界市場における貿易額表示

輸出国である r 国が輸出税を賦課し、国際運賃を加えると国際価格で表示された輸出額 (fob 価格) と輸入額 (cif 価格) が得られる。

・輸出国の国際価格表示輸出額

$$VXWD(i,r,s) = VXMD(i,r,s) + XTAXD(i,r,s) \quad (4)$$

$VXWD(i,r,s)$: r 国から s 国への i 財の国際価格 (fob 価格) 表示輸出額
 $XTAXD(i,r,s)$: r 国で s 国向け i 財輸出に賦課される輸出税

・輸入国の国際価格表示輸入額

$$VIWS(i,r,s) = VXWD(i,r,s) + VTWR(i,r,s) \quad (5)$$

$VIWS(i,r,s)$: s 国の r 国からの i 財の国際価格 (cif 価格) 表示輸入額
 $VTWR(i,r,s)$: r 国から s 国への i 財輸出にかかる国際輸送費

(3) 輸入国 (s 国) の国内市場

輸入国で輸入関税が賦課されるとして、国際価格表示の輸入額と輸入国市場価格表示の輸入額との関係は次式になる。

・ 輸入国の市場価格表示輸入額

$$VIMS(i,r,s) = VIWS(i,r,s) + MTAX(i,r,s) \quad (6)$$

$$\left[\begin{array}{l} VIMS(i,r,s) : s \text{ 国の } r \text{ 国からの } i \text{ 財の市場価格表示輸入額} \\ MTAX(i,r,s) : s \text{ 国における } r \text{ 国からの } i \text{ 財輸入に賦課される輸入関税} \end{array} \right.$$

i 財は複数の国から輸入されるから、 s 国における i 財輸入額を集計すると

$$VIM(i,s) = \sum_{r \in REG} VIMS(i,r,s)$$

世界各国から輸入された i 財は s 国市場で、民間家計、政府部門および各産業の企業向けに販売されるから

・ 輸入財市場の需要分野別構成

$$VIM(i,s) = VIPM(i,s) + VIGM(i,s) + \sum_{j \in PROD} VIFM(i,j,s) \quad (7)$$

$$\left[\begin{array}{l} VIPM(i,s) : s \text{ 国における輸入 } i \text{ 財に対する民間家計の需要} \\ VIGM(i,s) : s \text{ 国における輸入 } i \text{ 財に対する政府部門の需要} \\ VIFM(i,j,s) : s \text{ 国における輸入 } i \text{ 財に対する } j \text{ 産業の中間需要} \\ PROD : \text{GTAP データベースにおける生産された財 (Produced commodity) の集合} \end{array} \right.$$

2.2 民間家計の需要

民間家計支出は、国内で生産された財・サービスに対する支出と輸入財・サービスに対する支出からなるが、消費税、輸入関税等を考慮すると、消費者価格 (agent price) で表示した支出額と市場価格 (market price) で表示した支出額との間には以下の関係が存在する。

・ 消費者価格表示の民間家計支出額の構成

$$VPA(i,s) = VDPA(i,s) + VIPA(i,s) \quad (8)$$

$$\left[\begin{array}{l} VPA(i,s) : s \text{ 国における } i \text{ 財に対する消費者価格で表示した民間家計支出額} \\ VDPA(i,s) : s \text{ 国における国産の } i \text{ 財に対する消費者価格で表示した民間家計支出額} \\ VIPA(i,s) : s \text{ 国における輸入 } i \text{ 財に対する消費者価格で表示した民間家計支出額} \end{array} \right.$$

消費者価格で表示した民間家計支出額のなかには、国産財に対する消費税や輸入財に対する関税、消費税などが含まれているからそれを控除すれば、市場価格で評価した民間家計支出額が得

られる。

・市場価格表示の民間家計支出額：国産財

$$VDPM(i,s) = VDPA(i,s) - DPTAX(i,s) \quad (9)$$

$VDPM(i,s)$: s 国における国産の i 財に対する市場価格で表示した民間家計支出額
 $DPTAX(i,s)$: s 国における国産の i 財に対する国内税

・市場価格表示の民間家計支出額：輸入財

$$VIPM(i,s) = VIPA(i,s) - IPTAX(i,s) \quad (10)$$

$VIPM(i,s)$: s 国における輸入 i 財に対する市場価格で表示した民間家計支出額
 $IPTAX(i,s)$: s 国における輸入 i 財に対する関税等

2.3 企業の間接財需要および生産要素需要

他企業からの中間財購入は国産財と輸入財に分かれる。

・生産者価格表示の中間財需要の構成

$$VFA(i,j,s) = VDFA(i,j,s) + VIFA(i,j,s) : i \in TRAD, j \in PROD \quad (11)$$

$VFA(i,j,s)$: s 国における j 産業・企業による i 財の購入額 (生産者価格表示)
 $VDFA(i,j,s)$: s 国における j 産業・企業による国産 i 財の購入額 (生産者価格表示)
 $VIFA(i,j,s)$: s 国における j 産業・企業による輸入 i 財の購入額 (生産者価格表示)
 $TRAD$: GTAP データベースにおける貿易可能な財 (Tradeable commodity) の集合

企業の間接財購入額には支出税が含まれているのでそれを控除すると、市場価格表示の中間財購入額が得られる。

・市場価格表示の中間財需要：国産財と輸入財

$$VDFM(i,j,s) = VDFA(i,j,s) - DFTAX(i,j,s) \quad (12)$$

$$VIFM(i,j,s) = VIFA(i,j,s) - IFTAX(i,j,s) \quad (13)$$

$VDFM(i,j,s)$: s 国における j 産業・企業による国産 i 財の購入額 (市場価格表示)
 $VIFM(i,j,s)$: s 国における j 産業・企業による輸入 i 財の購入額 (市場価格表示)
 $DFTAX(i,j,s)$: 国産中間投入 i 財に賦課される税額
 $IFTAX(i,j,s)$: 輸入中間投入 i 財に賦課される税額

企業は生産のため生産要素を投入する。GTAP では生産要素は賦存商品 (Endowment commodity) と呼ばれ、農業用地、労働および資本が含まれている。

・生産要素需要

$$VFM(i,j,s) = VFA(i,j,s) - ETAX(i,j,s); i \in ENDW, j \in PROD \quad (14)$$

$$\left[\begin{array}{l} VFM(i,j,s) : s \text{ 国における } j \text{ 産業・企業による } i \text{ 生産要素への支払額 (市場価格表示)} \\ VFA(i,j,s) : s \text{ 国における } j \text{ 産業・企業による } i \text{ 生産要素への支払額 (生産者価格表示)} \\ ETAX(i,j,s) : s \text{ 国における } j \text{ 産業・企業による } i \text{ 生産要素への支払額に賦課される税額} \\ ENDW : \text{GTAP データベースにおける賦存商品 (Endowment commodity) の集合} \end{array} \right.$$

GTAP では完全競争市場での長期均衡が仮定されているため、企業の経済上の利潤はゼロとなる。この条件は次の式で表わされる。

・利潤ゼロ条件

$$VOA(j,s) = \sum_{i \in TRAD} VFA(i,j,s) + \sum_{i \in ENDW} VFA(i,j,s) \quad (15)$$

左辺 $VOA(j,s)$ は s 国における j 産業の (生産者価格表示) 生産額, 右辺 $\sum_{i \in TRAD} VFA(i,j,s)$ は j 産業の (生産者価格表示) 中間財投入額, $\sum_{i \in ENDW} VFA(i,j,s)$ は j 産業の (生産者価格表示) 生産要素支払額であり, 右辺の合計は企業の費用を表す。

2.4 地域家計の所得

地域家計は生産要素 (農業用土地, 労働, 資本) の所有者でこれらを企業に供給することにより所得を得るとされている。地域家計の所得は, 企業の生産要素支払額合計から, 要素所得にかかる税金を引いた額となる。

・生産要素市場の均衡式

$$VOM(i,s) = \sum_{j \in PROD} VFM(i,j,s); i \in ENDW \quad (16)$$

$$\left[\begin{array}{l} VOM(i,s) : s \text{ 国における } i \text{ 生産要素の市場価格で測った生産額 (所得額)} \\ VFM(i,j,s) : s \text{ 国における } j \text{ 産業・企業による } i \text{ 生産要素への支払額 (市場価格表示)} \end{array} \right.$$

地域家計の純要素所得は市場価格で測った生産額 (所得額) から課税額を控除した額となる。

・生産要素の純要素所得

$$VOA(i,s) = VOM(i,s) - HTAX(i,s); i \in ENDW \quad (17)$$

$$\left[\begin{array}{l} VOA(i,s) : s \text{ 国における } i \text{ 生産要素の要素所得 (要素提供者価格—Agent price—で評価した所得)} \\ HTAX(i,s) : s \text{ 国における } i \text{ 生産要素供給にかかる税額} \end{array} \right.$$

2.5 国際輸送セクター

GTAP モデルでは二つの国際セクターを導入している。一つは国際輸送セクターであり、いま一つは国際金融セクターである。国際金融セクターについては地域別設備投資額の決定メカニズムとの関連で4節で詳述するため、ここでは国際輸送セクターの概念と輸送サービスに伴う *cif* 輸入額と *job* 輸出額の関連について略述する¹⁴⁾。

GTAP モデルでは財の輸出入に伴う地域別輸送費用の負担を分析するため、輸送を担当する国際輸送セクターが世界に一つ存在すると仮定する。国際輸送セクターは、ある財についての輸出国における *job* 輸出価格と輸入国における *cif* 輸入価格の差に相当する輸送サービスを提供するものとされている。国際輸送サービスは各地域間の輸送を投入サービスとするコブ・ダグラス輸送生産関数によって供給されると仮定されるが、個々の地域間の輸送サービスに関するデータは存在しないため、GTAP では輸出国における *job* 輸出総額と輸入国における *cif* 輸入総額を用い、国際輸送サービス総額を計算する。

i 財について *r* 国を輸出国、*s* 国を輸入国とした場合、国際輸送セクターが受け取る国際輸送サービス額は次式で表される。

・地域間国際輸送サービス額

$$VTWR(i,r,s) = VIWS(i,r,s) - VXWD(i,r,s) \quad (18)$$

$$\left[\begin{array}{l} VTWR(i,r,s) : r \text{ 国から } s \text{ 国への } i \text{ 財の国際輸送サービス額} \\ VIWS(i,r,s) : \text{輸入国 (} s \text{ 国) における } r \text{ 国からの } i \text{ 財の } cif \text{ 輸入額,} \\ VXWD(i,r,s) : \text{輸出国 (} r \text{ 国) における } s \text{ 国への } i \text{ 財の } job \text{ 輸出額} \end{array} \right.$$

i 財について *r* 国を輸出国とした対世界向け輸出にかかる国際輸送サービス額は

$$VST(i,r) = \sum_{s \in REG} VTWR(i,r,s)$$

であるから、国際輸送セクターが受け取る輸送サービス総額 (*VT*) は次式で表される。

・国際輸送セクターの輸送サービス総額

$$\begin{aligned} VT &= \sum_{i \in PROD} \sum_{r \in REG} VST(i,r) \\ &= \sum_{i \in PROD} \sum_{r \in REG} \sum_{s \in REG} VTWR(i,r,s) \end{aligned} \quad (19)$$

輸送サービス総額 *VT* を輸送価格 (*PT*) 輸送サービス量 (*QT*) の積として表し、変化率を計算すると次式が得られる¹⁵⁾。

14) 本節は川崎 (1999) の第4章に密接に沿っている。

15) GTAP モデルでは、大文字で表わされるコードが金額、数量等の実額水準値を、小文字で表わされるコードはそれらの変化率(伸び率)を示す。

・ 国際輸送サービス総額の変化率

$$VT \cdot pt = \sum_{i \in \text{TRAD}} \sum_{r \in \text{REG}} VST(i,r) \cdot pm(i,r) \quad (20)$$

$$\left[\begin{array}{l} pt : \text{国際輸送価格の変化率} \\ pm(i,r) : i \text{ 財の } r \text{ 国における市場価格の変化率} \end{array} \right.$$

r 国における i 財の国際輸送需要量はコブ・ダグラス生産関数のもとで次により導出される。

・ 地域別国際輸送需要量

$$qst(i,r) = qt + [pt - pm(i,r)] \quad (21)$$

$$\left[\begin{array}{l} qt : \text{国際輸送サービス総量の変化率} \\ qst(i,r) : r \text{ 国における } i \text{ 財の国際輸送セクターへの輸送需要量の変化率} \\ pm(i,r) : r \text{ 国における } i \text{ 財の市場価格の変化率} \end{array} \right.$$

i 財の r 国から s 国向けの標準的な輸送技術のもとでの輸出量を $QTS(i,r,s)$ とし、仕向け国別輸送量は一定の技術進歩 $ATR(i,r,s)$ が働く と 仮定すると、実際の輸出量 $QXS(i,r,s)$ は次式で表される。

$$QXS(i,r,s) = QTS(i,r,s) \cdot ATR(i,r,s)$$

これを使い国際輸送サービス額の変化を輸送量の伸び率から表すと次式となる。

・ 輸送量の変化率と国際輸送サービス額の変化

$$VT \cdot qt = \sum_{i \in \text{TRAD}} \sum_{r \in \text{REG}} \sum_{s \in \text{REG}} VTWR(i,r,s) \cdot [qxs(i,r,s) - atr(i,r,s)] \quad (22)$$

r 国から s 国向けの i 財輸出の s 国における cif 輸入価格は次のようになる。

・ 輸入国の cif 輸入価格

$$pcif(i,r,s) = FOBSHR(i,r,s) \cdot pfob(i,r,s) + TRNSHR(i,r,s) \cdot [pt - atr(i,r,s)] \quad (23)$$

$$\left[\begin{array}{l} pcif(i,r,s) : i \text{ 財の } r \text{ 国から } s \text{ 国への輸入の } cif \text{ ベースでの輸入価格の変化率} \\ pfob(i,r,s) : i \text{ 財の } r \text{ 国から } s \text{ 国への輸出の } fob \text{ ベースでの輸出価格の変化率} \\ FOBSHR(i,r,s) : i \text{ 財の } r \text{ 国から } s \text{ 国への輸出の } fob \text{ ベースでの輸出比率} \\ TRNSHR(i,r,s) : i \text{ 財の } r \text{ 国から } s \text{ 国への輸出に占める輸送費比率} \end{array} \right.$$

3 最適化による財・サービス需要および生産要素需要の導出

3.1 最適化手法

GTAP モデルでは、データベースの基準年に世界経済は一般均衡状態にあると想定したうえで、特定の地域における貿易政策の変更等による外生変数の変化の結果得られる新たな世界経済

の一般均衡の状況をシミュレーションするが、その際の最適化手法は非線形目的関数の均衡点における線形化による方法を使う。

この線形化手法による応用一般均衡モデルの解法は Johansen (1960) を嚆矢とするもので、非線形の目的関数の最適解（これは通常、非線形関数となる）を直接シミュレーションするという方法をとらない。GTAP モデルが採用する線形化手法では、当初の一般均衡点におけるすべての定義式、(最適化行動に基づく) 行動方程式および市場均衡式について、あらかじめ価格要因と数量要因に分解したうえで線形化しておき、外生変数の変化による(非線形) 目的関数の値の変化を線形上の変化として分析する。

GTAP モデルでの非線形目的関数の線形化は変数の変化率による表現の形をとる。例えば、目的関数が利潤関数 $V=P \cdot Q$ とする。変化率を使ったこの目的関数の線形化は次のように表わされる。

$$v \equiv \frac{dV}{V} = \frac{d(PQ)}{PQ} = \frac{\partial(PQ)}{\partial P} \frac{dP}{PQ} + \frac{\partial(PQ)}{\partial Q} \frac{dQ}{PQ} = \frac{dP}{P} + \frac{dQ}{Q} \equiv p + q \quad (24)$$

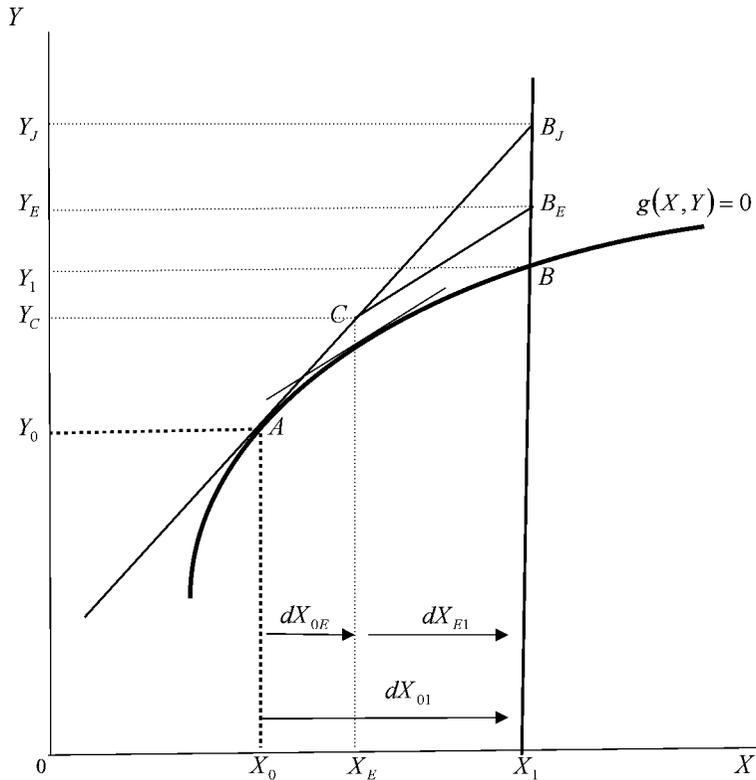
(24) 式に見られるように、GTAP モデルでは変数の実額水準値を大文字で表わし(例えば、 V, P, Q)、変化率(%)を小文字で表わす。例えば、 p は価格の変化率、 q は数量の変化率などである。

非線形目的関数の線形化による最適化近似の方法をグラフによって見てみよう(図3)。単純化のため、 X を外生変数、 Y は内生変数である目的変数とし、経済の均衡モデルは $g(X, Y) = 0$ で表わされるとする。当初の経済の均衡は図上 A 点とし、外生変数値(例えば、技術水準)は X_0 、目的変数値(例えば、GDP)は Y_0 であったとする。ここで政府の R&D 振興策により技術水準が外生的に X_1 の水準まで向上したとする。関数上新しい均衡は B 点に移り目的変数値は Y_1 に増加する。目的関数 $g(X, Y) = 0$ は非線形関数であるため、シミュレーションにより Y_1 を計算することは簡単ではない。Johansen の線形化解法では、当初の均衡 A 点で行動方程式を中心とする均衡モデル $g(X, Y) = 0$ を線形化し、線形方程式 AB_j 上で外生変数の変化に伴う目的変数の変化をシミュレーションするものである。Johansen の手法(1ステップ・シミュレーション)によれば、新しい経済の均衡値は線分上の B_j 点であり、目的変数値 Y_j が得られる。図から推測されるように、目的関数の非線形度(凸の度合い)が強いほど、また外生変数の変化の幅が大きいほどシミュレーション結果(Y_j)と実際の均衡値(Y_1)との乖離幅は大きくなる。すなわち、 $Y_j \gg Y_1$ である。

Johansen 手法によるシミュレーション結果の実際値との誤差は外生変数の変化幅を複数のステップに分割することにより縮小することが可能である。これは Euler の線形化手法による非線形目的関数の解法と呼ばれるもので、図では外生変数の変化幅を2分割したケースを示してある。

Johansen 手法では外生変数の変化は一度だけで $dX_{01} = X_1 - X_0$ であるが、2ステップ Euler 手法では、第1ステップの外生変数の変化を $dX_{0E} = X_E - X_0$ 、第2ステップの変化を $dX_{E1} = X_1 - X_E$ とする。第1ステップのシミュレーションの結果得られる中間値は図上 C 点で、外生変数値は X_E 、目的変数値は Y_C である。 C 点に対応する目的関数 $g(X, Y) = 0$ 上の点で再度、線形化を行い線形方程式 CB_E を得る。Euler 2ステップ・シミュレーションによる経済の均衡点は B_E 点で目的変数値は Y_E となる。この値は Johansen 手法による目的変数値 Y_j に比較し、実際の値 Y_1 からの乖離幅は小さくなっている。すなわち、Euler 手法ではシミュレーション誤差が

図 3 線形化手法による非線形モデルの解法



出所：Hertel and Tsigas (1997), Figure 2.5 に加筆

縮小されている。

Euler 手法で外生変数変化のステップ数を増やせば、より精度の高いシミュレーション結果が得られることが期待できる。シミュレーション技術としていかにして真の均衡値である (X_1, Y_1) に近似したシミュレーション数値を高速に計算できるか、という点に研究が進められてきている (Harrison and Pearson, 1994)。GTAP モデルではシミュレーション手法として、Johansen, Euler の手法に加えて、Gragg の手法も導入している。この手法は 2 ステップで第 1 回目のシミュレーションを行い、その結果を使いデータを外挿法により推定 (extrapolation) したうえで、4 ステップで第 2 回目のシミュレーション、更にはその結果を使いデータを extrapolation したうえで、6 ステップで第 3 回目のシミュレーションを行うという手法である。Euler 手法に比べてより精度の高い近似値が得られることが報告されている (Harrison and Pearson, 1994)。

GTAP モデルで使われる諸式の変化率による表現を第 (2) 式の財市場の均衡式を例に定式化してみよう。第 (2) 式の財市場均衡式を i 財の価格とそれに対応する数量に分解すると次式になる。

$$PM(i,r) \cdot QO(i,r) = PM(i,r) \cdot \left[QDS(i,r) + QST(i,r) + \sum_{r \in REG} QXS(i,r,s) \right] \quad (25)$$

$PM(i,r)$ は r 地域における i 財の市場価格, $QO(i,r)$ は i 財の生産量, $QDS(i,r)$ は i 財の国内需要量, $QXS(i,r,s)$ は s 地域向け輸出量, $QST(i,r)$ は r 地域における国内輸送コストの実質値(輸送量)である。 r 地域における i 財の市場価格 $PM(i,r)$ は両辺に現れるから, (20) 式の金額表示は次式のように数量表示に変換できる。

$$QO(i,r) = QDS(i,r) + QST(i,r) + \sum_{r \in REG} QXS(i,r,s) \quad (26)$$

全微分し変化率で表わすと

$$QO(i,r) \cdot qo(i,r) = QDS(i,r) \cdot qds(i,r) + QST(i,r) \cdot qst(i,r) + \sum_{s \in REG} QXS(i,r,s) \cdot qxs(i,r,s) \quad (27)$$

大文字の変数は実額水準値を, 小文字の変数は変化率を表す。例えば, $qo(i,r) = \frac{dQO(i,r)}{QO(i,r)}$ は r 地域における i 財の生産量の変化率である。数量ベースでの財市場均衡の変化を表す (27) 式の両辺に i 財の市場価格 $PM(i,r)$ を乗ずれば, 金額ベースでの財市場均衡の変化を表す次式が得られる。

$$VOM(i,r) \cdot qo(i,r) = VDM(i,r) \cdot qds(i,r) + VST(i,r) \cdot qst(i,r) + \sum_{r \in REG} VXMD(i,r,s) \cdot qxs(i,r,s) + VOM(i,r) \cdot tradslack(i,r) \quad (28)$$

実額水準値で表わされたシミュレーション前の財市場均衡式 (2) 式と比較すると, 変化率による表現では数量の変化率をシミュレーション前の均衡における実額水準値によってウェイト付けしていることが分かる。また, スラック変数 $tradslack(i,r)$ が財別, 地域別に導入されている点が目目される。通常 $tradslack(i,r)$ は外生変数(クロージャー)で, ゼロ値を与えられるが, ある財の市場均衡価格を固定して部分均衡分析を行う場合などでは, 当該財の市場均衡が価格変化メカニズムによっては実現しないため $tradslack(i,r)$ を内生変数とし (28) 式の左右均等を実現させるのである。

3.2 各経済主体の最適化行動と財・サービスおよび生産要素の需要

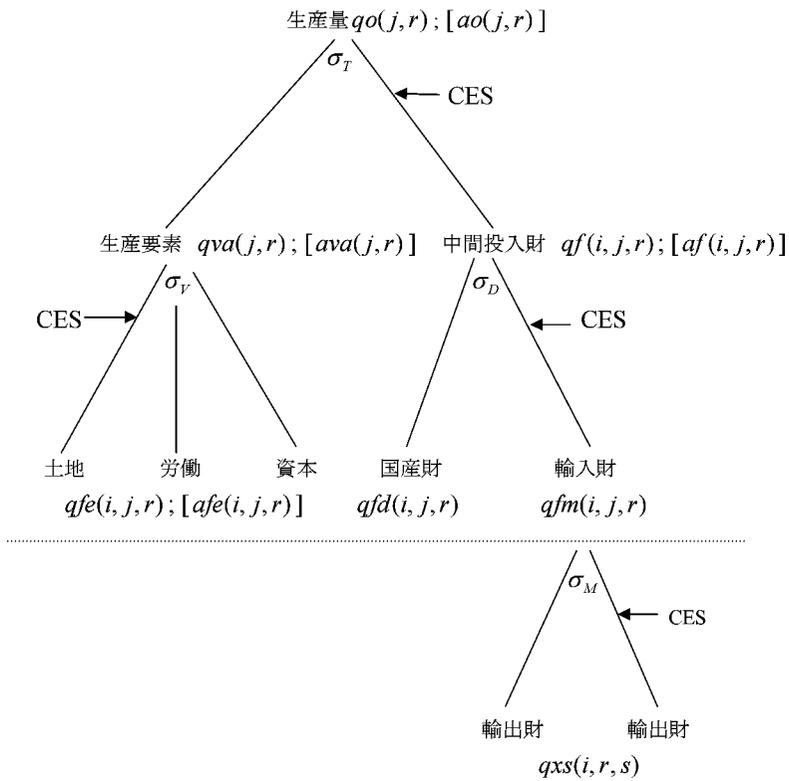
3.2.1 企業の費用最小化行動と生産要素および中間財需要

企業は生産要素と他産業から購入する中間財を投入し財を生産する。生産要素は農業用土地, 労働および資本の3種類である。中間財は国産財と世界各地域から輸入される輸入中間財からなる。GTAPモデルは規模に関して収穫一定のCES (Constant Elasticity of Substitution) 生産関数を使い, 三段階ネストの生産構造で派生需要を導出する (図4)¹⁶⁾。

図中, 第1レベルでの生産関数ネストでは, 財は土地, 労働, 資本の結合生産要素 ($QVA(j,$

16) CES関数から派生需要を導出する簡便な方法として次がある (Hertel and Tsigas, 1997)。2生産要素の投入量変化率を q_1 と q_2 , 生産要素価格変化率を p_1 と p_2 , 生産要素間の代替弾力性を σ で表わすと, $q_1 - q_2 = \sigma(p_2 - p_1)$ が成立する。企業の費用最小化行動により, 生産量 (q) と生産要素投入量との次の関係式が得られる。 $q = \theta_1 q_1 + (1 - \theta_1) q_2$ 。 θ_1 は第1生産要素のコストシェアである。CES関数から派生需要を導出するには, 更に平均生産要素価格 $p = \theta_1 p_1 + (1 - \theta_1) p_2$ を求める。 p_1 は第1生産要素価格, p_2 は第2生産要素価格, p は利潤ゼロ条件により財の価格となる。以上を用い, CES関数で費用最小化行動により得られる生産要素の派生需要は第1要素が, $q_1 = \sigma(p - p_1) + q$, 第2生産要素が $q_2 = \sigma(p - p_2) + q$ となる。

図 4 生産構造



出所：Hertel and Tsigas (1997), Figure 2.6 に加筆

r) と中間投入財 ($QF(i, j, r)$) の組み合わせによって生産される関係を表わす。第 1 レベルの CES 生産関数は次式で表わされる。

$$QO(j, r) = e^{ao(j, r)} \cdot \left[\begin{array}{l} d_{va}(j, r) \cdot \left(QVA(j, r) \cdot e^{ava(j, r)} \right)^{\frac{1-\sigma_T(j)}{\sigma_T(j)}} \\ + \sum_{i \in PROD} d_f(i, j, r) \cdot \left(QF(i, j, r) \cdot e^{af(i, j, R)} \right)^{\frac{1-\sigma_T(j)}{\sigma_T(j)}} \end{array} \right]^{\frac{\sigma_T(j)}{1-\sigma_T(j)}} \quad j \in PROD \tag{29}$$

$QO(j,r)$	r 地域 j 産業の生産量
$QVA(j,r)$	r 地域 j 産業における総生産要素の結合投入量
$QF(i,j,r)$	r 地域 j 産業における i 中間財の投入量
$ao(j,r)$	r 地域 j 産業における総要素技術進歩率 (Hicks 中立的技術進歩)
$ava(j,r)$	r 地域 j 産業における生産要素集約的技術進歩率
$af(i,j,r)$	r 地域 j 産業における i 中間投入財集約的技術進歩率
$dva(j,r)$	r 地域 j 産業で総生産コストに占める生産要素コスト (付加価値) シェア
$dr(i,j,r)$	r 地域 j 産業での総生産コストにしめる i 中間投入財コストシェア
$\sigma_r(j)$	j 産業における結合生産要素と中間投入財間の代替弾力性 (世界共通)

生産量を所与とした生産コスト最小化行動から結合生産要素需要量と中間投入財需要量が決まる。まず、結合生産要素需要総量を変化率で表わすと次のようになる。小文字の変数はいずれも大文字の変数から導出される変化率 (%) を表わす。

・ 結合生産要素需要量

$$qva(j,r) = -ava(j,r) + qo(j,r) - ao(j,r) - \sigma_r(j) \cdot [pva(j,r) - ava(j,r) - ps(j,r) - ao(j,r)] \quad (30)$$

$qva(j,r)$	r 地域 j 産業における付加価値生産 (結合生産要素投入量) の変化率
$qo(j,r)$	r 地域 j 産業における財生産の変化率
$pva(j,r)$	r 地域 j 産業における付加価値 (結合生産要素) 価格の変化率
$ps(j,r)$	r 地域 j 産業財の供給価格の変化率

r 地域 j 産業で使用される i 中間投入財に対する需要総量 (国産財と輸入財の合計) は次のようになる。

・ 各中間投入財の需要総量

$$qf(i,j,r) = -af(i,j,r) + qo(j,r) - ao(j,r) - \sigma_r(j) \cdot [pf(i,j,r) - af(i,j,r) - ps(j,r) - ao(j,r)] \quad i \in TRAD, j \in PROD \quad (31)$$

$qf(i,j,r)$	r 地域 j 産業における i 中間財の投入量の変化率
$pf(i,j,r)$	r 地域 j 産業における i 中間財の価格の変化率

CES 生産関数の第 2 レベルのネストで各生産要素需要量と国産・輸入別中間投入財需要量が、生産量を所与とした費用最小化条件から導出される。

まず、付加価値 (総生産要素の結合投入量) の生産関数は次の規模に関して収穫一定の CES 生産関数が用いられる。

$$QVA(j,r) = e^{ava(j,r)} \cdot \left[\sum_{i \in ENDW} d(i,j,r) \cdot \left(QFE(i,j,r) \cdot e^{afe(i,j,r)} \right)^{\frac{1-\sigma_v(j)}{\sigma_v(j)}} \right]^{\frac{\sigma_v(j)}{1-\sigma_v(j)}} \quad i \in ENDW \quad (32)$$

$$\left[\begin{array}{l} QFE(i,j,r) : r \text{ 国 } j \text{ 産業における } i \text{ 生産要素の需要量} \\ afe(i,j,r) : r \text{ 国 } j \text{ 産業における } i \text{ 生産要素集約的技術進歩率} \\ d(i,j,r) : r \text{ 国 } j \text{ 産業における } i \text{ 生産要素の投入量シェア} \\ \sigma_v(j) : j \text{ 産業における生産要素間の代替弾力性 (世界共通)} \end{array} \right.$$

この CES 生産関数から費用最小化行動により次の各生産要素需要量が導出される。

・ 各生産要素の需要量

$$qfe(i,j,r) = -afe(i,j,r) + qva(j,r) - \sigma_v(j) \cdot [pfe(i,j,r) - afe(i,j,r) - pva(j,r)] \quad i \in ENDW \quad (33)$$

$$\left[\begin{array}{l} qfe(i,j,r) : r \text{ 国 } j \text{ 産業における } i \text{ 生産要素の需要量の変化率} \\ pfe(i,j,r) : r \text{ 国 } j \text{ 産業における } i \text{ 生産要素価格の変化率}^{17)} \end{array} \right.$$

また、付加価値（結合生産要素）価格の変化率 $pva(j,r)$ は次の式で計算できる。

・ 結合生産要素の平均価格

$$pva(j,r) = \sum_{i \in ENDW} SVA(i,j,r) \cdot [pfe(i,j,r) - afe(i,j,r)] \quad (34)$$

ただし、 $SVA(i,j,r)$: r 国 j 産業における総付加価値に占める i 生産要素のシェア

次に、第 2 レベルのネストで、 i 中間投入財需要の国産財・輸入財別振り分けは以下の CES 生産関数が使われる。中間投入財の国産財、輸入財別振り分けは、アーミントンの手法 (Armington approach) に従って行われる。アーミントンの手法は、国産財と輸入財を製品差別化の存在等の理由により相互に分離されたものとして扱う手法で、同じ財であっても国産財と輸入財は完全代替財とはならない。アーミントンの仮定によれば、企業はまず当該財について輸入先国を特定化したうえで平均輸入価格を産出し、それと国産財の価格を比較しそれぞれの財の最適投入量を決定する、というものである。当該財の輸入先国別輸入量の決定に際しても、アーミントンの仮定を適用し、平均輸入価格と特定国からの輸入価格とを比較し特定の (アーミントン) 弾力性に従って輸入先国別輸入量を決定するという行動を仮定する。

17) 各産業の生産要素課税を想定するため、生産要素価格は産業ごとに異なる。すなわち、 j 産業が使用する i 生産要素について要素課税 $tf(i,j,r)$ が賦課されると j 産業の要素価格と当該要素の市場価格 $pm(i,r)$ の関係は次式ようになる。 $pfe(i,j,r) = tf(i,j,r) + pm(i,r)$

$$QF(i,j,r) = e^{af(i,j,r)} \cdot \left[\begin{array}{c} d_D(i,j,r) \cdot QFD(i,j,r)^{\frac{1-\sigma_D(i)}{\sigma_D(i)}} \\ + d_M(i,j,r) \cdot QFM(i,j,r)^{\frac{1-\sigma_D(i)}{\sigma_D(i)}} \end{array} \right]^{\frac{\sigma_D(i)}{1-\sigma_D(i)}} \quad i \in TRAD, j \in PROD \quad (35)$$

$QFD(i,j,r)$: r 国 j 産業における国産 i 中間財の投入量
 $QFM(i,j,r)$: r 国 j 産業における輸入 i 中間財の投入量
 $d_D(i,j,r)$: r 国 j 産業における国産 i 中間財の投入量シェア
 $d_M(i,j,r)$: r 国 j 産業における輸入 i 中間財の投入量シェア
 $\sigma_D(i)$: i 中間財の国産財と輸入財の間の (アーミントン) 代替弾力性

企業の費用最小化行動から導出される、 i 中間財の国産財、輸入財別需要量は以下のようである。

・ 国産中間財需要量

$$qfd(i,j,r) = qf(i,j,r) - \sigma_D(i) \cdot [pfd(i,j,r) - pf(i,j,r)] \quad (36)$$

・ 輸入中間財需要量

$$qfm(i,j,r) = qf(i,j,r) - \sigma_D(i) \cdot [pfm(i,j,r) - pf(i,j,r)] \quad (37)$$

・ 中間財 (i 財) の平均価格

$$pf(i,j,r) = FMSHR(i,j,r) \cdot pfm(i,j,r) + [1 - FMSHR(i,j,r)] \cdot pfd(i,j,r) \quad (38)$$

$qfd(i,j,r)$: r 国 j 産業における国産 i 中間財の投入量変化率
 $pfd(i,j,r)$: r 国 j 産業における国産 i 中間財の価格変化率
 $qfm(i,j,r)$: r 国 j 産業における輸入 i 中間財の投入量変化率
 $pfm(i,j,r)$: r 国 j 産業における輸入 i 中間財の価格変化率
 $FMSHR(i,j,r)$: r 国 j 産業における輸入 i 中間財の費用比率

最後に第3レベルで、各中間財の輸入量を輸出国 (地域) 別に特定化する必要がある。輸出国別輸入量も CES 型関数を用いて導出され、その地域間の輸入需要代替弾力性はアーミントン仮定に基づく弾力性を用いる。

・ 中間財の地域別輸入量

$$qxs(i,r,s) = -ams(i,r,s) + qim(i,s) - \sigma_M(i) \cdot [pms(i,r,s) - ams(i,r,s) - pim(i,s)] \quad i \in TRAD \quad (39)$$

・ 各輸入財の輸入国内市場価格

$$pim(i,s) = \sum_{r \in REG} MSHRS(i,r,s) \cdot [pms(i,r,s) - ams(i,r,s)] \quad (40)$$

$qxs(i,r,s)$	r 地域から s 地域への i 財の輸出量の変化率
$ams(i,r,s)$	r 地域からの i 財の輸入に伴う s 地域における技術進歩率
$qim(i,s)$	s 地域における i 財の総輸入量の変化率
$pms(i,r,s)$	s 地域における r 地域からの輸入 i 財市場価格の変化率
$pim(i,s)$	s 地域における世界からの輸入 i 財市場価格平均の変化率
$\sigma_M(i)$	輸入 i 財の輸入先地域間 (アーミントン) 代替弾力性
$MSHR(i,r,s)$	s 地域における世界からの i 財輸入に占める r 地域のシェア

利潤ゼロ条件は変化率を使って次のように表わされる。

・利潤ゼロ条件

$$\begin{aligned}
 &VOA(j,r) \cdot [ps(j,r) + ao(j,r)] = \\
 &\quad \sum_{i \in ENDW} VFA(i,j,r) \cdot [pfe(i,j,r) - afe(i,j,r) - ava(i,j,r)] \\
 &\quad + \sum_{i \in TRAD} VFA(i,j,r) \cdot [pf(i,j,r) - af(i,j,r)] + VOA(j,r) \cdot profislack(j,r)
 \end{aligned} \tag{41}$$

3.2.2 地域家計の最適化行動

(1) 地域家計の効用関数

GTAP モデルでは、地域家計は地域家計総収入の制約のもとで、民間総家計消費、政府総消費および貯蓄への支出によって効用を最大化させると想定されている (図 5 参照)。貯蓄を効用関数のなかに加えるのは、Howe (1975) によれば異時点間の動学的分析が可能な線形支出関数を導出できるからであるとされている (Hertel and Tsigas, 1997, 川崎 1999)。なお、静態的 GTAP モデルでの世界の設備投資総額は、世界経済の均衡条件により、モデル内で内生的に決まってくる地域別貯蓄の世界総計と同額に決まる。

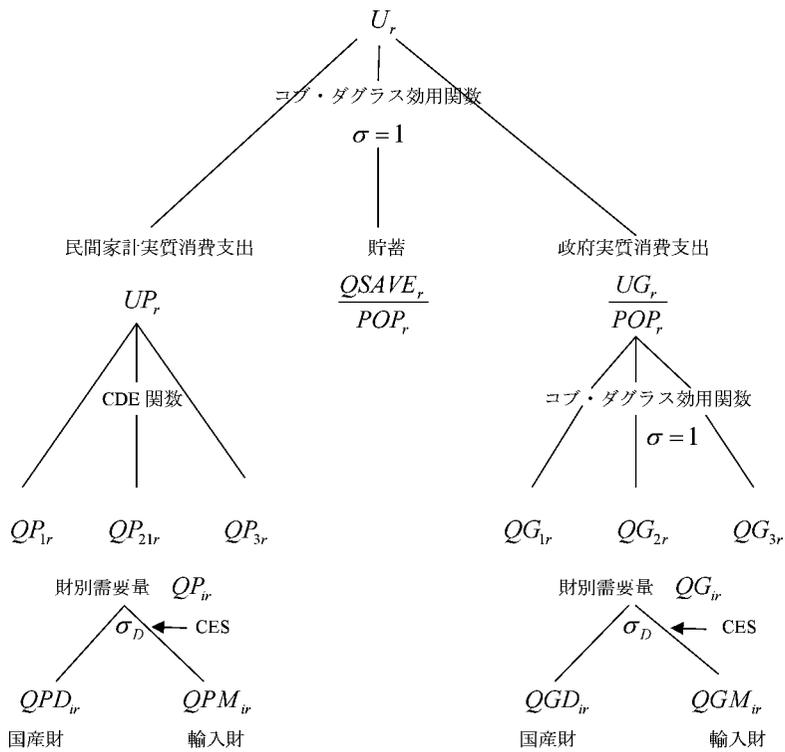
地域家計の集計的効用関数はコブ・ダグラス型効用関数で、次のように一人当たりの効用水準で定義されている。

$$U(r) = UP(r)^{\alpha_{UP(r)}} \cdot \left(\frac{UG(r)}{POP(r)} \right)^{\alpha_{UG(r)}} \cdot \left(\frac{QSAVE(r)}{POP(r)} \right)^{\alpha_{QSAVE(r)}} \tag{42}$$

$U(r)$	r 地域における一人当たり効用水準
$UP(r)$	民間家計一人当たりの実質消費支出
$UG(r)$	政府の実質消費支出合計
$QSAVE(r)$	実質貯蓄総額
$POP(r)$	人口
$\alpha_{UP(r)}$	所得に占める民間家計消費支出のシェア
$\alpha_{UG(r)}$	所得に占める政府消費支出のシェア
$\alpha_{QSAVE(r)}$	所得に占める貯蓄のシェア

地域家計の予算制約式は次式で表わされる。

図5 地域家計の効用水準(一人当たり)



出所：GTAP annual short course 資料に加筆

$$INCOME(r) = ppriv(r) \cdot UP(r) \cdot POP(r) + PGOV(r) \cdot UG(r) + PSAVE(r) \cdot QSAVE(r) \quad (43)$$

$INCOME(r)$: r 地域における地域家計の所得
 $ppriv(r)$: 民間家計の消費支出価格
 $pgov(r)$: 政府の消費支出価格
 $psave(r)$: 貯蓄の価格 (GTAP ではニューメレールで世界共通価格)

所得に占める支出シェア

$$\alpha_{UP(r)} = \frac{PRIVEXP(r)}{INCOME(r)} = \frac{PPRIV(r) \cdot UP(r)}{INCOME(r)}$$

$$\alpha_{UG(r)} = \frac{GOVEXP(r)}{INCOME(r)} = \frac{PGOV(r) \cdot UG(r)}{INCOME(r)}$$

$$\alpha_{QSAVE(r)} = \frac{SAVE(r)}{INCOME(r)} = \frac{PSAVE(r) \cdot QSAVE(r)}{INCOME(r)}$$

を用い、(42) 式の地域効用関数を変化率で表現すると次式となる。

・ 地域家計の集計的効用関数

$$INCOME(r) \cdot u(r) = PRIVEXP(r) \cdot up(r) + GOVEXP(r) \cdot [ug(r) - pop(r)] + SAVE(r) \cdot [qsave(r) - pop(r)] \quad (44)$$

上式で、 $PRIVEXP(r)$ は民間家計の名目消費支出、 $GOVEXP(r)$ は政府の名目消費支出、 $SAVE(r)$ は名目貯蓄である。

地域家計は (43) 式の子算制約のもとで (42) 式の効用を最大化させる。地域効用関数はコブ・ダグラス型であるため、支出シェアは固定されており、各集計財への需要は変化率で表わすと以下ようになる。

・ 最適貯蓄額

$$qsave(r) = y(r) - psave + saveslack(r) \quad (45)$$

(45) 式で $y(r)$ は名目地域家計所得の変化率である。また、 $saveslack(r)$ はスラック変数 (通常はクロージャーでゼロ値を与える) である。この式は名目貯蓄額は名目所得と同じ率で変化することを示している。

・ 政府消費支出総額

$$ug(r) = y(r) - pgov(r) + govslack(r) \quad (46)$$

$govslack(r)$ はスラック変数 (通常はクロージャーでゼロ値を与える) である。この式は名目政府支出額は名目所得と同じ率で変化することを示している。

民間消費支出は、財別需要に関し CDE 関数という特別な支出関数形を特定するため以下で詳述するが、民間消費支出総額の変化は所得の変化から政府消費支出の変化および貯蓄の変化を差し引いた残差としても表わされる。

(2) 政府の財別需要量

政府実質消費支出額の変化率 ($ug(r)$) が (46) 式で定式化された後の次のステップは、財別の政府需要量を決めることである。政府支出の効用関数は代替弾力性が一のコブ・ダグラス型効用関数を導入する。政府支出予算の制約のもとでの効用最大化条件により、以下の政府消費支出の平均価格の変化率 ($pgov(r)$) と財別需要量の変化率 ($qg(i,r)$) を示す式が導出される。

・ 政府消費支出の平均価格インデクス

$$pgov(r) = \sum_{i \in TRAD} \left(\frac{VGA(i,r)}{GOVEXP(r)} \right) \cdot pg(i,r) \quad (47)$$

[$GOVEXP(r)$: 政府消費支出総額 (名目値)
 $VGA(i,r)$: i 財に対する政府消費支出額 (名目値)
 $pg(i,r)$: i 財の政府購入価格の変化率

・ 財別政府消費支出 (実質値)

$$qg(i,r) = ug(r) - [pg(i,r) - pgov(r)] \quad (48)$$

財別需要量の変化率は、実質政府支出総額の変化率からの当該財の価格変化率の平均価格変化率からの乖離分を調整した数値として算出される。(48) 式導出の前提として代替弾力性 $\sigma=1$ のコブ・ダグラス効用関数を使用している (脚注 16 を参照)。

政府の財別需要量を国産財と輸入財に割り振る方法は企業の間財需要における国産・輸入別振り分けと同じ方法で、国産財需要と輸入財需要との間にアーミントンの仮定を設けて導出する。まず、第 i 財を国産財および輸入財の双方からなる複合財であるとみなし、その平均価格を次式により求める。

・ 政府消費第 i 財の平均価格

$$pg(i,r) = GMSHR(i,r) \cdot pgm(i,r) + [1 - GMSHR] \cdot pgd(i,r) \quad (49)$$

[$pg(i,r)$: r 地域における政府消費第 i 財の平均価格の変化率
 $pgm(i,r)$: 政府消費輸入 i 財の価格の変化率
 $pgd(i,r)$: 政府消費国産 i 財の価格の変化率
 $GMSHR(i,r)$: 政府消費 i 財総額に占める輸入財のシェア

それぞれの政府消費財について国産財、輸入財別需要の振り分けはアーミントンの仮定により以下の式による。

・政府の輸入 i 財の需要

$$qgm(i,r) = qg(i,r) - \sigma_D(i) \cdot [pgm(i,r) - pg(i,r)] \quad (50)$$

・政府の国産 i 財の需要

$$qgd(i,r) = qg(i,r) - \sigma_D(i) \cdot [pgd(i,r) - pg(i,r)] \quad (51)$$

(3) 民間家計の消費支出

地域家計の効用関数ネストの最上部ネストで決定される民間家計実質消費額 ($UP(r)$) の消費財別需要量決定に当たっては、民間家計の消費財需要から得られる non-homothetic な効用を反映した Hanoch (1975) の代替弾力性の差が一定の最小支出関数 (CDE 支出関数: Constant Distance of Elasticity Expenditure Function) を用いている。CES 関数では代替弾力性が固定されているのに対し、CDE 関数では non-homothetic な効用関数を反映してそれが可変的であるという特徴がある。

最小支出関数は効用最大化条件式から導出されるもので、消費財の価格ベクトルを所与として、一定の効用水準を最小支出額で実現する支出関数であり、ここでは $YP(r) = E(UP(r), PP(r))$ で表わす。 $YP(r)$ は民間家計の (最小消費支出額)、 $PP(r)$ は民間消費財の価格ベクトルである。

Hanoch (1975) によれば CDE 支出関数を含む次の陰関数が定義される (Hertel et al. 1991 参照)。

$$\sum_{i \in \text{TRAD}} B(i,r) \cdot UP(r)^{\beta(i,r) \cdot \gamma(i,r)} \cdot \left[\frac{PP(i,r)}{E(UP(r), PP(r))} \right]^{\beta(i,r)} \equiv 1 \quad (52)$$

$$\left[\begin{array}{l} PP(i,r) : \text{民間消費財 } i \text{ 財の価格} \\ \beta(i,r) : \text{CDE 支出関数の代替弾力性} \\ \gamma(i,r) : \text{CDE 支出関数の所得弾力性} \\ B(i,r) : \text{スケール・パラメーター} \end{array} \right.$$

$\beta(i,r)$ および $\gamma(i,r)$ の値はカリブレーションで求めることになる。

(52) 式を全微分し、シェパードのレンマを使うと、家計の最小消費支出額の変化率が価格変化率と実質消費支出の変化率との、消費支出シェアでウェイト付けされた加重平均値として計算できる。

・家計の名目消費支出総額

$$yp(r) = \sum_{i \in \text{TRAD}} [CONHR(i,r) \cdot pp(i,r)] + \sum_{i \in \text{TRAD}} [CONSHR(i,r) \cdot \gamma(i,r)] \cdot up(r) + pop(r) \quad (53)$$

ただし、 i 財の消費支出額シェアは $CONSHR(i,r) \equiv \frac{PP(i,r) \cdot QP(i,r)}{YP(i,r)}$ である。

個別の財への需要量は次のようになる¹⁸⁾。

18) 計算方法については、Hertel et. Al (1991)、川崎 (1999) を参照

・ 家計一人当たりの消費財需要量

$$qp(i,r) = \sum_{k \in \text{TRAD}} EP(i,k,r) \cdot pp(k,r) + EY(i,r) \cdot [yp(r) - pop(r)] + pop(r) \quad (54)$$

$EP(i,k,r)$ は第 i 財の第 k 財に対するマーシャル需要の交叉価格弾力性、 $EY(i,r)$ は第 i 財の需要の所得弾力性を表わす。需要の所得弾力性が一の場合（すなわち homothetic な効用関数の場合）、人口成長率 $pop(r)$ は抜け落ちるため、財の需要量は総支出の変化率に財間の需要の代替関係を反映して決まることになる。

CDE 支出関数の代替パラメータ $\beta(i, r)$ 、Allen の交差偏価格代替弾力性および自己価格弾力性、ならびにマーシャル需要の交叉価格弾力性、需要の所得弾力性の間には以下の関係があり、これらの式および (52) 式などを使って CDE パラメータである $\beta(i,r)$ や $\gamma(i,r)$ をカリブレーションで推計する方法をとる。 $\beta(i,r)$ や $\gamma(i,r)$ の数値を得たのち、需要の所得弾力性 $EY(i,r)$ および需要の交叉価格弾力性 $EP(i,k,r)$ を計算で求める。

・ CDE 代替パラメータ

$$\alpha(i,r) = 1 - \beta(i,r) \quad (55)$$

これは以下の諸式の簡略化のため、CDE 代替パラメータ $\beta(i,r)$ を $\alpha(i,r)$ で表わすものである。

・ Allen 交叉偏価格代替弾力性

$$APE(i,k,r) = \alpha(i,r) + \alpha(k,r) - \sum_{m \in \text{TRAD}} [CONSHR(m,r) \cdot \alpha(m,r)] ; i \neq k \quad (56)$$

・ Allen 自己価格弾力性

$$APE(i,i,r) = 2 \cdot \alpha(i,r) - \sum_{m \in \text{TRAD}} [CONSHR(m,r) \cdot \alpha(m,r)] - \frac{\alpha(i,r)}{CONSHR(i,r)} \quad (57)$$

・ 需要の所得弾力性

$$EY(i,r) = \frac{\gamma(m,r) \cdot [1 - \alpha(i,r)]}{\sum_{m \in \text{TRAD}} CONSHR(m,r) \cdot \gamma(m,r)} + \sum_{m \in \text{TRAD}} CONSHR(m,r) \cdot \gamma(m,r) \cdot \alpha(m,r) + \alpha(i,r) - \sum_{m \in \text{TRAD}} [CONSHR(m,r) \cdot \alpha(m,r)] \quad (58)$$

・ 需要の交叉価格弾力性

$$EP(i,k,r) = [APE(i,k,r) - EY(i,r)] \cdot CONSHR(k,r) \quad (59)$$

家計の財別消費財需要が (54) 式で決まれば次のステップは個々の財について国産財と輸入財に振り分けることである。振り分けの基準は企業の間接財需要の国産・輸入別振り分けと同様、アーミントンの手法を使う。まず財別に国産財と輸入財の平均価格を計算し、次いで国産財需要量と輸入財需要量を需要総量の変化効果と代替効果（アーミントン代替弾力性を使用）に分けて定式化する。

・ 第 i 財の平均価格変化率

$$pp(i,r) = PMSHR(i,r) \cdot ppm(i,r) + [1 - PMSHR(i,r)] \cdot ppd(i,r) \quad (60)$$

・ 国産財需要

$$qpd(i,r) = qp(i,r) + \sigma_D(i) \cdot [pp(i,r) - ppd(i,r)] \quad (61)$$

・ 輸入財需要

$$qpm(i,r) = qp(i,r) + \sigma_D(i) \cdot [pp(i,r) - ppm(i,r)] \quad (62)$$

$$\left[\begin{array}{l} qpd(i,r) : \text{民間家計の国産 } i \text{ 財需要量の変化率} \\ qpm(i,r) : \text{民間家計の輸入 } i \text{ 財需要量の変化率} \\ ppd(i,r) : \text{民間家計消費の国産 } i \text{ 財価格の変化率} \\ ppm(i,r) : \text{民間家計消費の輸入 } i \text{ 財価格の変化率} \\ PMSHR(i,r) : i \text{ 財の民間家計消費支出に占める輸入財の割合} \end{array} \right.$$

4 国際金融セクターと地域別設備投資の決定

スタンダード GTAP モデルは一期間のみの静態的な比較静学モデルであり、また国際資本移動メカニズムの導入が理論的、実際的に不十分であるため、資本収益率の相違を反映した国際資本移動とそれに伴う地域別設備投資および資本蓄積の多期間にわたるダイナミックな動きとそれが経済に及ぼす効果を適切に分析することはできない。したがって、今季の設備投資額が次期以降の生産能力の拡大を招くという状況も考慮されていない。GTAP モデルでは、地域別設備投資は生産能力の拡大ではなく、最終需要の構成要素として財の生産額と貿易に影響を与える役割を果たすことになる。

GTAP モデルは開放経済モデルであるため地域別には（政府貯蓄も含む）貯蓄額は投資額に等しくなる必要はなく、貯蓄と投資の不均衡は経常収支の不均衡に反映されることになる。しかしながら、地域別貯蓄および投資を総計した世界全体での総貯蓄額と総投資額は均等しなければならない。GTAP モデルでは地域家計の効用関数のなかに消費とともに貯蓄が含まれており、最適化行動の結果、地域別貯蓄額が決定される。この地域別貯蓄を国際金融セクター（Global bank）という仮想の金融仲介機関が受け入れてプールし、これを原資として地域別の投資額をファイナンスするというシステムを取り入れている。

地域別投資額の決定方法として、二つのメカニズムをシミュレーションのなかで導入している。一つは、国際間での自由な資本移動を前提し期待純資本収益率が国際間で均等化するように地域別投資配分がなされるというメカニズムである。もう一つは、地域別投資額は期待純資本収益率を基準に決まるのではなく、世界の資本総額の地域別シェアがシミュレーション前とその後で一定比率に保たれると仮定して地域別投資配分を行うメカニズムである。なお、二つの投資配分メカニズムは RORDELTA という選択パラメータを導入することにより、GTAP モデル内では一つの式に集約されている。

4.1 期待純資本収益率基準による地域別投資配分

まず、資本純収益率基準による地域別投資額配分メカニズムについてみよう。資本蓄積方程式

を実額水準値で表わすと次式となる。

$$KE(r) = KB(r) * [1 - DEPR(r)] + QCGDS(r) \quad (63)$$

$KB(r)$ は r 地域における期首の資本ストック実質額, $KE(r)$ は期末の資本ストック実質額, $DEPR(r)$ は資本減耗率, および $QCGDS(r)$ は r 地域における実質設備投資額である。

(63) 式を全微分し変化率で表わすと次式のようになる。

$$ke(r) = [1 - DEPR(r)] \cdot \left[\frac{KB(r)}{KE(r)} \right] \cdot kb(r) + \left[\frac{QCGDS(r)}{KE(r)} \right] \cdot qcgds(r) \quad (64)$$

GTAP モデルの慣例に従い小文字で表わされた変数は変化率, 大文字の変数は実額水準値を表している。たとえば, $ke(r) \equiv \frac{dKE(r)}{KE(r)}$ は期末資本ストックのシミュレーションによる変化率, $kb(r) \equiv \frac{dKB(r)}{KB(r)}$ 期首資本ストックのシミュレーションによる変化率 (通常はゼロ), $qcgds(r) \equiv \frac{dQCGDS(r)}{QCGDS(r)}$ は実質設備投資額の変化率を表している。

設備投資額の期末資本ストックに対する比率 ($INVKERATIO(r)$) を次式のように表わす。

$$INVKERATIO(r) = \frac{QCGDS(r)}{KE(r)} = \frac{PCGDS(r) \cdot QCGDS(r)}{PCGDS(r) \cdot KE(r)} = \frac{REGINV(r)}{VKE(r)} \quad (65)$$

ここで, $REGINV(r)$ は名目の設備投資額であり, $VKE(r)$ は名目の資本ストック額である。(65) 式を使い (64) 式を変形すると次式が得られる。

・資本蓄積方程式

$$ke(r) = [1 - INVKERATIO(r)] \cdot kb(r) + INVKERATIO(r) \cdot qcgds(r) \quad (66)$$

すなわち, シミュレーションによる期末資本ストックの成長率 ($ke(r)$) は, 期首資本ストックの成長率 ($kb(r)$, 通常はゼロ) と実質設備投資額の成長率 ($qcgds(r)$) を, $INVKERATIO(r)$ によって加重平均した数値として表わされる。

次に, r 地域における実現した純資本収益率 $RORC(r)$ を資本サービスのレンタル・コスト $RENTAL(r)$, 資本財の購入価格 $PCGDS(r)$ および資本減耗率を用い, 次式のように定義する。

$$RORC(r) = \frac{RENTAL(r)}{QCGDS(r)} - DEPR(r) \quad (67)$$

全微分し変化率で表わし, 粗資本収益率と純資本収益率の比率を

$$GRNETRATIO(r) \equiv \frac{RORC(r) + DEPR(r)}{RORC(r)}$$

で表わすと GTAP モデルで使われる次の純資本収益率の方程式が得られる。

・ 実現した純資本収益率

$$rorc(r) = GRNETRATIO \cdot [rental(r) - pcgds(r)] \quad (68)$$

GTAP モデルでは、国際金融セクターの投資家は r 地域における次期の期待純資本収益率 $RORE(r)$ を資本ストックの成長とともに引き下げる、という慎重な投資態度をとるものと想定する。すなわち、期待純資本収益率と実現純資本収益率および資本ストック成長率との間には次の関係が存在すると仮定する。

$$RORE(r) = RORC(r) \cdot \left[\frac{KE(r)}{KB(r)} \right]^{-RORFLEX(r)} \quad (69)$$

$RORFLEX(>0)$ は期待純資本収益率の資本ストック成長率弾力性であり、その値が小さいときは所与の資本ストック成長率に対し期待純資本収益率の低下率が小さいこと、一方その値が大きいたまは期待純資本収益率の低下率が大きくなることを意味している。

(69) 式を変化率で表わすと次式のようになる。

・ 期待純資本収益率

$$rore(r) = rorc(r) - RORFLEX(r) \cdot [ke(r) - kb(r)] \quad (70)$$

国際金融セクターが地域別に設備投資を配分する基準として、地域別の期待純資本収益率の変化率が全世界で均等化するという仮定を設定する。

・ 設備投資の地域別配分基準

$$rore(r) = rorg \quad (71)$$

(71) 式で $rorg$ は国際期待純資本収益率の変化率である。

世界の純設備投資総額の成長率 ($globalcgs$) は次式で表わされる。ここで $GLOBINV$ は世界の純設備投資額合計である。

・ 世界の純設備投資総額の成長率

$$globalcgs = \sum_{r \in REG} \left\{ \left[\frac{REGINV(r)}{GLOBINV} \right] \cdot qcgs(r) - \left[\frac{VDEP(r)}{GLOBINV} \right] \cdot kb(r) \right\} \quad (72)$$

期待純資本収益率基準メカニズムでは、(71) 式と (72) 式により地域別投資額配分が決定されることになる。

期待純資本収益率の国際間均等化基準で地域別に設備投資を配分する場合、期待純資本収益率の資本ストック成長率弾力性 $RORFLEX$ の大小が重要になってくる。 $RORFLEX$ の値が小さいときは (例えば, 0.5), 資本ストックの成長に対し期待純資本収益率の低下率が小さいため、ある地域で外生要因の変化により期待純資本収益率の低下があった場合、国際期待純資本収益率の均等化を維持するため資本ストックの大幅な調整が必要になってくるからである。 $ROR-$

$FLEX$ の値が小さいことは、国際資本移動の程度が大きいことを意味すると解釈できる。

4.2 地域別資本ストックの実績シェアを用いた設備投資配分

世界の総資本ストックに占める地域別資本ストックのシェアはシミュレーションによって変化せず一定であると仮定し、地域別投資額の配分を行うメカニズムである。これは国際資本移動が不完全であり、期待純資本収益率が各地域で異なることを想定することになる。この場合、地域ごとの純設備投資成長率と世界の純設備投資成長率は一致することになる。

・ 世界の純設備投資総額の成長率

$$\begin{aligned} globalcgds = & \left[\frac{REGINV(r)}{NETINV(r)} \right] \cdot qcgds(r) - \left[\frac{VDEP(r)}{NETINV(r)} \right] \cdot kb(r) \\ & NETINV(r) \equiv REGINV(r) - VDEP(r) \end{aligned} \quad (73)$$

地域別の期待純資本収益率が異なるため、世界の期待純資本収益率の変化率 ($rorg$) は地域毎の期待純資本収益率の変化率の加重平均値として算出されることになる。

・ 世界の期待純資本収益率

$$rorg = \sum_{r \in REG} \left[\frac{NETINV(r)}{GLBINV} \right] \cdot rorc(r) \quad (74)$$

地域別資本ストックの実績シェア基準では、(73) 式と (74) 式により地域別設備投資配分が決定されることになる。

(3) 世界経済の一般均衡

世界経済の一般均衡を実現するためには、世界の貯蓄合計と投資合計が均等化しなければならない。世界の貯蓄合計を変化率で表わし、それを世界の投資総額と均等化させるのは以下の諸式である。

・ 世界経済の一般均衡

$$GLOBINV \cdot walras_dem = \sum_{r \in REG} SAVE(r) \cdot [psave(r) + qsave(r)] \quad (75)$$

$$GLOBINV = \sum_{r \in REG} NETINV(r) \quad (76)$$

$$walras_sup = pcgdsdld + globalcgds \quad (77)$$

$$walras_sup = walras_dem + walraslack \quad (78)$$

(75) 式から地域家計の効用最大化行動から得られる世界の貯蓄総額と均等するように需要サイドからみた世界の総投資額の成長率 $walras_dem$ が決定される。一方、上で見たような設備投資の配分基準にもとづく世界の純設備投資総額の成長率 ($globalcgds$) から現実の世界の総投資額の成長率 $walras_dem$ が計算される (設備投資財の国際平均価格 $pcgdsdld$ はニューメーラ)。世界の貯蓄合計と投資合計の均等化は (78) 式によって確認される。Complementary

slack 変数である *walraslack* は内生変数で、世界市場で貯蓄と投資が一致していればシミュレーションの結果その値はゼロとなる。

5 経済厚生への測り方

GTAP モデルでは外生変数が変化した後の新しい世界経済の一般均衡を比較静学分析の手法により求めるが、均衡値を算出したのち様々な関連統計数値を計算するプログラムが組み込まれている。それらの中で最も重要なものは、均衡の変化に伴う経済厚生の変化を計算し、更に経済厚生の変化を要因分解するプログラムである。これは GTAP のメインプログラムである GTAP.tab のなかにアドオン・プログラムとして組み込まれている。

経済厚生への測り方には通常、補償変分 (Compensating Variation) の方法と等価変分 (Equivalent Variation) 手法がある。補償変分手法とは、財の価格が変化するとき (例えば、財価格が上昇)、効用水準が変化 (低下) するが、消費者に価格変化前の効用水準の維持を補償するために消費者に与えなければならない新しい価格で測った所得の額によって経済厚生の変化を把握するものである。

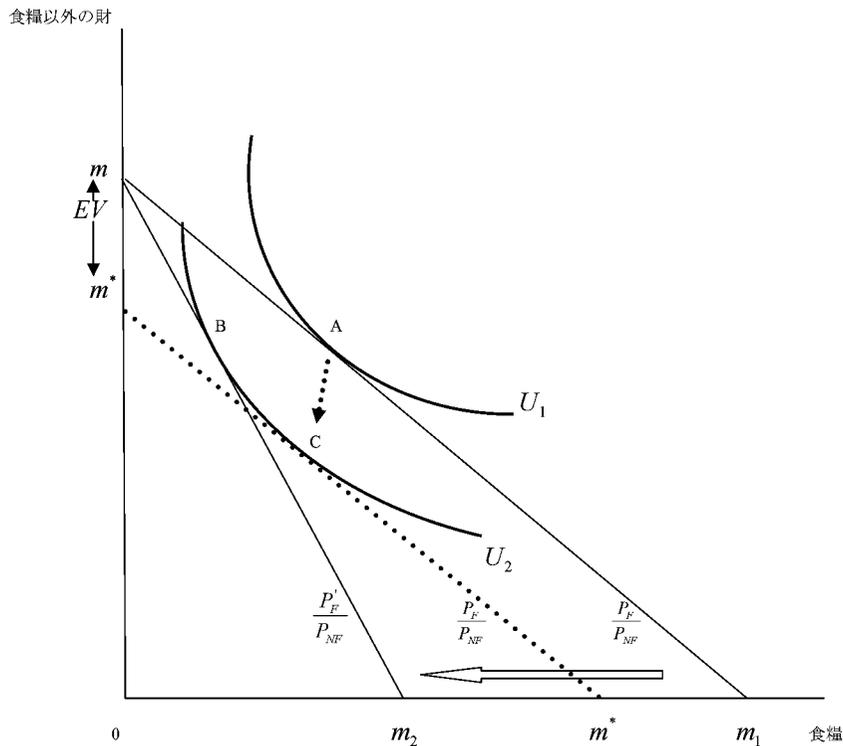
等価変分手法とは、財の価格が変化するとき (例えば、財価格が上昇)、効用水準が変化 (低下) するが、この効用水準の変化は変化前の価格で測ってどれだけの所得金額の変化によってもたらされるかを計算するものである。GTAP では等価変分 (EV) 手法により経済厚生の変化を計測する。図 6 によって等価変分による経済厚生への測り方を見てみる。財は食糧と食糧以外の財の二種類からなり、消費者の当初の予算制約線は mm_1 であった。食糧の価格を P_F 、食糧以外の財の価格を P_{NF} とすると、予算制約線 mm_1 の勾配 (絶対値) は $\frac{P_F}{P_{NF}}$ である。消費者は無差別曲線 U_1 上の A 点での消費選択により効用を最大化している。ここで食糧の価格が P_F に上昇し予算制約線は時計回りに回転し mm_2 になったとする。予算制約線 mm_2 の勾配 (絶対値) は $\frac{P'_F}{P_{NF}}$ である。効用水準は U_2 に低下し、効用最大化のための消費選択点は B 点となる。等価変分による経済厚生への測り方は、消費者の効用水準を U_1 から U_2 に引き下げのために、変化前の価格比率 $\frac{P_F}{P_{NF}}$ によって計算して、消費者から取り去らなければならない所得の金額で示される。すなわち、図中、変化後の効用水準 U_2 に接する元の予算制約線 mm_1 と同じ勾配の接線 m^*m^* を引き、その縦軸との切片 m^* と変化前の予算制約線 mm_1 の縦軸との切片 m との間に距離 (図中 EV で示された部分) を金額で評価 (変化前の価格を使用) した額が等価変分による経済厚生変化の評価額ということになる。

GTAP シミュレーション後の経済厚生の変化自体は、一人当たり効用水準の変化 $u(r)$ によって表わされるが、この経済厚生の変化を金額 (ドル価額) で評価するのが、等価変分 (EV) 手法である。経済厚生の変化をもたらす要因としては様々な要因がある。輸入関税や輸出税の変化、消費税、生産税、生産要素課税など国内税の変化など税を中心とした経済政策の変化が代表的なものであるが、その他、産業別技術進歩、生産要素集約的技術進歩などの外生的な技術進歩、生産要素賦存量の外生的な変化、国際交易条件の変化、開放経済におけるマクロ経済バランスの変化なども経済厚生の変化を引き起こす要因となる。

GTAP モデルでは、経済厚生変化の要因分解を行うが、以下の 5 要因が代表的なものとしてプログラムの中に組み込まれている。

- ・ 資源配分の効率化効果
- ・ 生産要素賦存量変化の効果

図6 等価変分概念



出所：GTAP annual short course 資料に加筆

- ・技術進歩効果
- ・交易条件効果
- ・貯蓄財価格，投資財価格の比較でみた貯蓄・投資バランス効果（I-S 効果）

資源配分の効率化効果とは，税率変化等の経済政策の結果，生産資源が効率的な産業（限界生産物が高い産業）に移動することなどにより課税の経済厚生上の死荷重が軽減される状況をいう。この効果には単に税率の変化のみならず，特定産業における技術進歩の結果としての資源再配分効果なども含まれる。

生産要素賦存量効果については，生産要素賦存量が変化すると生産可能性フロンティアが当該生産要素の方向を中心に拡大し，実質 GDP および効用水準は増加することになる。ただし，GTAP モデルでは，生産要素賦存量の変化は外生変数とされている。

技術進歩効果は，特定産業における総要素技術進歩，特定要素集約的技術進歩などにより当該産業の費用低減および生産拡大が実現し，それが実質 GDP の増加，効用水準の増加に寄与する効果である。ただし，GTAP モデルでは，すべての種類の技術進歩は外生変数とされている。

交易条件効果は，ある国の平均輸入価格に対して平均輸出価格が相対的に上昇し，同じ輸出量に対して従来以上の輸入が可能になることから発生する正の経済厚生効果である。

I-S 効果とは、ある国の開放経済におけるマクロ経済バランスは貯蓄と投資の差（すなわち、財・サービス貿易における経常収支）によって表わされるが、設備投資財の価格が貯蓄財の価格に比し相対的に上昇することによって貯蓄・投資バランスが縮小（経常収支黒字国では黒字幅が縮小）することにより、国内アブソープションが拡大し国の経済厚生は上昇すると解釈するものである。

経済厚生変化の等価変分（EV）による表現の要因分解は以下のように定式化できる（Huff and Hertel, 2000）。等価変分は効用水準変化後の（元の価格で評価した）支出額（ Y_{EV} ）と変化前の効用水準での支出額（ \bar{Y} ）の差であるから次式となる。

$$EV = Y_{EV} - \bar{Y} \quad (79)$$

全微分すると

$$dEV = \frac{1}{100} Y_{EV} \cdot y_{EV} \quad (80)$$

小文字 y_{EV} は Y_{EV} の変化率である。

EV ベースでの支出額の変化率 y_{EV} を一人当たりの支出変化率（ x_{EV} ）と人口成長率（ n ）に分解して表わすと次になる。

$$y_{EV} = x_{EV} + n \quad (81)$$

McDougall (2001) に従い効用関数は non-homothetic で CDE 最小支出関数で表わされるものとする、EV ベースでの一人当たり支出額の変化率（ x_{EV} ）は一人当たり効用水準の変化率（ u ）と、（EV ベースでの）“最小支出額の効用弾力性（ Φ_{EV} ）” を使い次式のように表わされる。

$$x_{EV} = \Phi_{EV} \cdot u \quad (82)$$

(81) 式と (82) 式を (80) 式に代入すると、等価変分の変化（ dEV ）が人口の変化 n と外生変数等の変化による効用水準変化に伴う最小支出額の変化 $\Phi_{EV} \cdot u$ に分解される、次式が得られる。

$$dEV = \frac{1}{100} \cdot [Y_{EV} \cdot n + Y_{EV} \cdot \Phi_{EV} \cdot u] \quad (83)$$

次に効用水準の変化 u を実質所得の変化に転換し、更に実質所得の変化をそれを引き起こした要因（外生変数の変化等）別に要因分解し、等価変分の変化を表わすと次式となる（Huff and Hertel, 2000）。

$$dEV = \frac{1}{100} \left[Y_{EV} \cdot n + \frac{\Phi_{EV}}{\Phi} \cdot \frac{Y_{EV}}{Y} \cdot D \right] \quad (84)$$

変数 D は実質所得の要因別分解を表わすベクトルで、 Y は当初の均衡における支出額、 Φ は当初の均衡における最小支出額の効用弾力性である。

開放経済における実質所得の変化、効用水準の変化を引き起こす要因には様々なものがあり、GTAP の等価変分式は多くの要因を取り込んでいるために極めて複雑な式となっている。等価

変分の変化式の詳細は GTAP のモデル・ファイルである GTAP.tab に記述されているためここでは省略するが、ここでは一例として交易条件の変化による等価変分変化への寄与を表わす式をあげておく。

・ 交易条件変化による等価変分への効果

$$CNTtotr(r) = \frac{1}{100} EVSCALFACT * \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in TRAD} \sum_{s \in REG} VXWD(i,r,s) \cdot [pfob(i,r,s) - pxwld] \\ + \sum_{m \in MARG} VST(m,r) \cdot [pm(m,r) - pxwld] \\ - \sum_{i \in TRAD} \sum_{s \in REG} VXWD(i,s,r) \cdot [pfob(i,s,r) - pxwld] \\ - \sum_{m \in MARG} VTMD(m,r) \cdot [pt(m) - pxwld] \end{array} \right\} \quad (85)$$

$$EVSCALFACT \equiv \frac{\Phi_{EV}}{\Phi} \cdot \frac{Y_{EV}}{Y}$$

$CNTtotr(r)$: r 地域における交易条件変化の等価変分変化 (dEV) への寄与 (US \$ 金額表示)

{·}内の諸式が (84) 式の D に相当するもので、実質所得の変化をもたらす要因を定式化したものである。

$VXWD(i,r,s)$: r 地域から s 地域向け i 財の輸出額 (世界価格で表示)

$VXWD(i,s,r)$: s 地域から r 地域向け i 財の輸出額。すなわち、 r 地域の s 地域からの世界価格で表示された輸入額

$pfob(i,r,s)$: r 地域から s 地域向け i 財の輸出 fob 価格の変化率

$pfob(i,s,r)$: s 地域から r 地域向け i 財の輸出 fob 価格の変化率

$pxwld$: 世界貿易の平均価格指数の変化率

$VST(m,r)$: r 地域における国際運輸サービスの輸出

$VTMD(m,r)$: r 地域における国際運輸サービスの輸入

$pm(m,r)$: r 地域における国際輸送サービスの市場価格の変化率

$pt(m)$: 国際輸送サービスの国際価格の変化率

なお、(84) 式における人口変化の経済厚生変化への寄与 $Y_{EV} \cdot n$ は等価変分変化 (dEV) の総合式の中で計算されており、各要因の寄与式のなかには含まれない。

第二部 動学的 GTAP モデル (Dynamic GTAP Model) の理論構造

Dynamic GTAP Model (以下 GTAP-Dyn モデルと略称) は世界経済の動学的応用一般均衡モデルであり、静態的な GTAP モデルの理論構造の上に、国際資本移動および適応的期待形成による設備投資メカニズムと資本蓄積方程式を組み込んで、再帰的動学シミュレーション手法 (recursive dynamic simulation method) により経済均衡を求めるモデルである。GTAP-Dyn モデル構築の主要な狙いは、静態的 GTAP モデルでは分析できなかった国際資本移動と、その

要因となる設備投資決定メカニズムを適応的期待形成の概念により定式化し、地域内における資本蓄積過程を内生的にモデル内に組み込み、長期の動学的分析を可能にすることにある¹⁹⁾。

国際資本移動をモデル内に組み込むことにより、「海外との要素所得の受払」が地域家計の総所得の源泉として加わることになる。海外要素所得として、海外進出企業が生み出す資本所得に限定してモデル化してある。海外との資本所得の受払をモデルに取り込むため、GTAP-Dyn モデルでは対海外資産投資の増減を分析する。対海外資産の増減分析に当たり、外国に投資された資産の投資対象国 (location) とその資産の所有国 (ownership) を区別する。海外投資資産が生み出す収益は、投資対象国の所得になるのではなく、資産の所有国の所得として本国送金される。すなわち GDP ではなく GNP の概念により国民所得を把握する。海外投資資産から得られる資本所得を明示するため、海外投資資産を包括的な「金融資産」と定義し分析する。また、この金融資産は企業が発行する「株式 (equity)」によって代表させている。したがって、国際資本移動を組み込んだ GTAP-Dyn モデルでは、各地域は域内における設備投資により実物資本を蓄積することに加え、他地域への実物資産投資にかかる金融資産も蓄積することになる。

各地域における企業は自地域内で設備投資を行い資本蓄積するか、海外に投資するかの選択肢を有する。企業による国際間の投資配分は期待資本収益率基準によりなされるが、期待資本収益率の地域間均衡を投資基準として厳密にモデル化すると、地域別に投資額の現実値とは大きく異なる理論値が生じることになる。このため、GTAP-Dyn モデルでは前期に実現した資本収益率をベースに企業は期待資本収益率を漸次、修正するというアプローチ、すなわち適応的期待形成による投資決定行動をとるものと仮定しモデル化している。企業による国内における設備投資、海外での設備投資ともにモデル内で内生的に決まり、共に自国保有資本の蓄積をもたらすものであり、この資本蓄積が次期における自国の資本所得の増加に貢献することになる。

GTAP-Dyn モデルが通常の再帰的動学モデルと異なる点は、動学分析の各期間を例えば一年間というように固定するのではなく、期間毎にその時間単位を弾力的に設定できることである。GTAP-Dyn モデルではこれを、動学的分析の時間単位を固定的な離散時間単位 (discrete time index) でなく、変動的な連続時間単位 (continuous time variable) で分析するとしている。時間単位を変動的な連続時間単位にする目的の一つは、例えば、貿易政策の変化が単一年内に完結するのではなく数年に渡って非連続的に実行される場合、その政策が実行される数年を一期間として纏めることによって当該政策が資本蓄積に及ぼす効果をより適切に分析できる点などがあげられる。

6 GTAP-Dyn モデルにおける時間の概念と資本蓄積方程式

GTAP-Dyn モデルは再帰的動学モデル (Recursive dynamic model) であり、経済主体は将来時点を考慮した異時点間の選択・最適化行動を行うものと仮定するのではなく、各期において、当該期の制約条件のもとで最適化行動をとり、その結果が資本蓄積という形で次期に引き継がれていくと想定する理論構造になっている。すなわち各期毎に、前期から引き継がれた資本蓄積の変化と期中の外生変数の変化に基づく経済均衡の変化をシミュレーションし、その結果得られる期末資本ストックを次期に引き継ぎ、次期で新たな外的ショックの下でのシミュレーションを継

19) 第二部は、Ianchovichina and McDougall (2001) を基本参考文献とし、筆者が参加した Dynamic GTAP short course での講義資料も参考に纏めた。

続する構造となっている。

GTAP-Dyn モデルでは、最適化行動をとる“一期間”の定義に際し、通常、再帰的動学モデルで使用されているように時間を固定的な離散時間指数 (discrete time index) として扱うのではなく、変動的な連続変数 (continuous time variable) として時間を定義する手法を採用している。すなわち、シミュレーション対象となる単位期間を一年というように一定期間単位に固定するのではなく、総シミュレーション期間のなかで単位期間を変動させることを可能にさせる手法である。

連続変数として時間を定義するメリットは以下の諸点とされている (Ianchovichina and McDougall, 2001)。

- ・使用するデータは基準年の原データベースだけでなく、シミュレーション後のデータベースも使用できる。
- ・再帰的動学モデル・シミュレーションを行う際、原データベースから導出された計数值だけでなく、シミュレーションの結果得られた計数值を使うことが可能となる。
- ・使用するパラメータの値は各シミュレーション期間の長短には依存しない。
- ・すべてのシミュレーション期間において、同一の資本蓄積方程式を使用できる。一方、期間を離散指数により定義する場合は、資本蓄積方程式の定式化にあたり内生変数の時間的変化を考慮する必要がある、という問題がある。

時間を連続変数として捉えシミュレーション期間を弾力的に変化できることは、特定の経済政策をシミュレーションに取り入れる際、有用となる。例えば、ある貿易政策が1年間で即時に実施されるのではなく3年間にわたり変動的に実施されるようなケースでは、当該シミュレーション期間を1年ではなく3年にすることによって貿易政策の効果を適切に把握することが可能となる。

GTAP-Dyn モデルで使用される資本蓄積方程式は次のようである。

$$QK_t(r) = QK_{\tau=0}(r) + \int_{\tau=0}^t QCGDSNET(r) \cdot d\tau \quad (86)$$

ここで、 $QK_{\tau=0}(r)$ は地域 r における初期 (データベースの時点) の資本ストック、 $QK_t(r)$ は t 期の資本ストック、 $QCGDSNET(r)$ は r 地域における各期の純設備投資実質額である。純設備投資実質額は粗設備投資実質額から資本減耗額を引いた額となる。

全微分し増減率で表すと次式になる。

$$QK(r) \cdot \frac{qk(r)}{100} = QCGDSNET(r) \cdot time \quad (87)$$

変数は全て現時点 (t 期) のものである。 $qk(r) \equiv \frac{dQK(r)}{QK(r)}$ は資本ストックの増減率、 $time$ は単位時間の変化 ($d\tau$) である。

両辺に設備投資財の価格 $PCGDS(r)$ を乗ざると、名目額表示の資本ストック成長式が得られる。

$$VK(r) \cdot qk(r) = 100 \text{ NETINV}(r) \cdot \text{time} \quad (88)$$

上式で $VK(r)$ は r 地域における名目資本ストック額, $\text{NETINV}(r)$ は名目の純設備投資額である。(88) 式は, 一定期間 (time) における名目資本ストックの変化額 (左辺) は当該期間における名目純設備投資額 (右辺) に等しいことを示している。

GTAP-Dyn モデルでは予期せざる外的ショック (例えば, 1997 年のアジア通貨危機や 2008 年の世界金融危機など) の発生に対し, 資本ストック成長式の扱いにシミュレーション上の弾力性を持たせるため, 世界共通の資本ストック増減シフト変数 SQKWORLD と地域固有の資本ストック増減シフト変数 $\text{SQK}(r)$ を次のように (86) 式に導入している。ただし, これら二つの変数は通常はクロージャー扱いで, 1 の値を与えられる。

$$QK_t(r) = \text{SQKWORLD} \cdot \text{SQK}(r) \cdot \left[QK_{\tau=0}(r) + \int_{\tau=0}^t \text{QCGDSNET}(r) d\tau \right] \quad (89)$$

全微分し増減率の形で表し, 設備投資財の価格を両辺に乗じると GTAP-Dyn モデルで使われる資本蓄積方程式が得られる。

・資本ストック成長式

$$VK(r) \cdot qk(r) = VK(r) \cdot [\text{sqkworld} + \text{sqk}(r)] + 100 \text{ NETINV}(r) \cdot \text{time} \quad (90)$$

ここで, sqkworld および $\text{sqk}(r)$ は資本ストックシフト変数の変化率である。

7 金融資産の定義と資本所得

GTAP-Dyn モデルでは, 地域家計でなく企業が実物資本を所有すると定義されている。この実物資本は企業の有する固定資産である。地域家計は国際投資信託 (global trust) とともに企業の株主として企業が所有する実物資本に対する請求権を有することになる。この節では金融資産の概念とその所有関係を定義したのち, 金融資産投資から得られる資本所得の帰属関係を定義する。

7.1 金融資産の定義と所有関係

GTAP-Dyn モデルで定義される金融資産は通常, 金融理論で分析される金融資産の概念よりも限定的である。同モデルでは金融資産は公債を含まず, また社債, 借入金等企業の負債も含まれない。すなわち, 金融資産は企業が発行する株式資本のみである。企業の保有資産は固定資産のみであり, また企業は負債を保有せず固定資産の価値は株主資本の価値と等しいと仮定されている。したがって企業の総資産は株主資本額と同額である。また投資家は金融理論における資産価格決定モデル (capital asset pricing model) 等の基準に従い株式投資収益の平均と分散の双方を考慮しながら分散投資を行う, などの行動仮説も組み込まれていない。

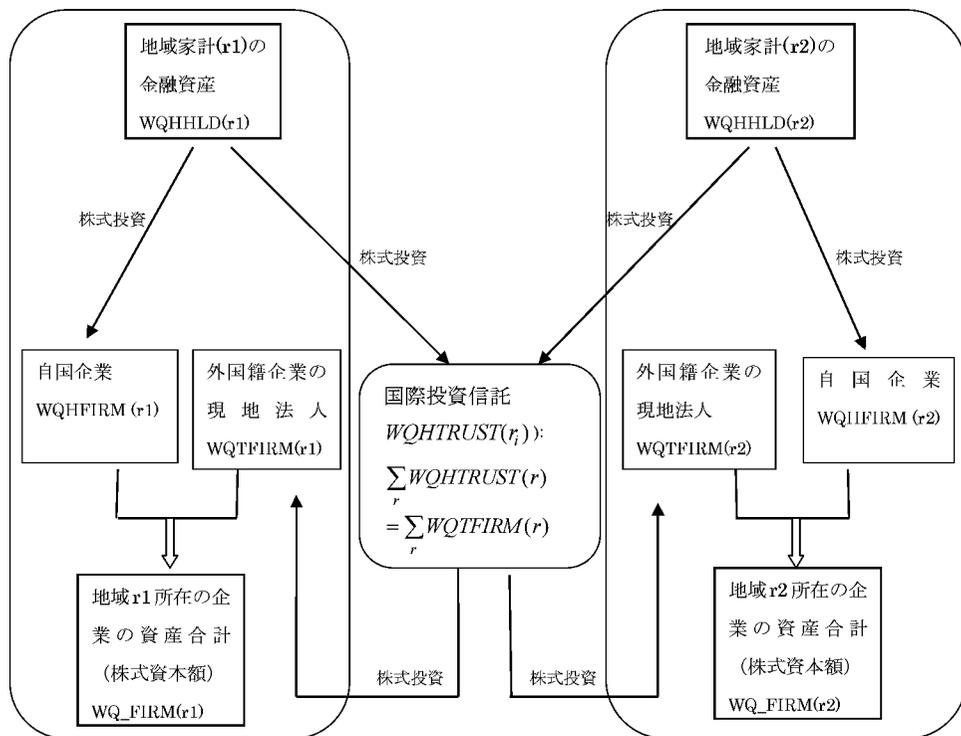
金融資産は実物資本 (physical capital) の裏付けのもとに創出されるが, GTAP-Dyn モデルで扱われる企業の所有する実物資本は固定資産のみであり, この固定資産には農業用土地や天然資源などの生産要素は含まれていない。農業用土地や天然資源などの生産要素は地域家計が所有し, それを企業にレンタルすると仮定されている。また, 地域家計と国際投資信託は企業の株主

であり、企業の所有する実物資本に対する請求権を有している。

地域家計は自国に所在する自国企業への株式投資と自国の多国籍企業の海外子会社への株式投資の双方を行うと仮定される。しかし、多国籍企業の海外子会社への株式投資をモデル化するためには、2 国間の海外投資要素所得の受払に関するデータが必要になる。しかし、GTAP-Dyn モデルの対象国（地域）は 113 カ国であり、全ての国について 2 国間の海外投資要素所得の受払に関するデータは存在しない。したがって、GTAP-Dyn モデルでは「国際投資信託」という仮想の国際金融機関の概念を導入する。各地域家計は国際投資信託に（株主として）出資し、国際投資信託が多国籍企業の海外直接投資に出資するという構造になっている。各地域家計の国際投資信託への出資額が、当該地域による対外直接投資であると解釈される。この国際投資信託は負債を有せず、その株主資本額は世界全地域への多国籍企業の海外支店（工場）への出資額合計と等しくなる。海外投資要素所得の受払に関する 2 国間データは存在しないため、2 国間の海外直接投資の原データ、シミュレーション結果ともに得られない。各地域ともに、総額としての対外直接投資額と対内直接投資額がシミュレーションされることになる。

地域家計の自国企業および国際投資信託への株式投資、および国際投資信託による地域別多国籍企業子会社への株式投資額の相互関連の全体像は図 7 のように表わされる。図の解釈の前に、

図 7 金融資産（株式）の所有関係の概念図



出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 1 を参考に、筆者が作成

以下の諸節で使用される記号のルールを整理しておこう。例として、 r 地域の地域家計が保有する自国企業の株式投資残高は $WQH\text{FIRM}(r)$ 、また国際投資信託が r 地域所在の多国籍企業子会社への株式投資から得る配当金収入は $YQT\text{FIRM}(r)$ で表わされる。記号化のルールは、まず第 1 番目の文字は、W あるいは Y であり、W は資産 (Wealth) 額、Y は所得 (Income) 額を表わす。第 2 番目の文字は Q であり、これは金融資産の種類である。金融資産は株式だけに限定されているため、eEquity (株主資本) の Q を使っている。第 3 番目の文字 (H または T) は株式の保有者 (株主)、あるいはそれから生じる配当金の受領者 (株主) を表す。H は地域家計、T は国際投資信託を表す。第 4 番目の文字 (FIRM, TRUST) は金融資産の債務者 (株式発行機関) を表す、FIRM は企業、TRUST は国際投資信託を表す。

GTAP-Dyn モデルでは、資本所得は株式配当金のみでありキャピタル・ゲインは考慮されない。また、企業は減価償却後の純利益を内部留保せず全て配当金として株主に分配し、新しい固定資産の取得は新株の発行によって資金調達するもの仮定されている。

図 7 のように、地域家計は自地域内の自国企業の株式を取得する ($WQH\text{FIRM}(r_i)$) とともに、国際投資信託にも出資 ($WQH\text{TRUST}(r_i)$) する。自国企業への出資額と国際投資信託への出資額合計が、地域家計 r_i が保有する金融資産額合計 $WQH\text{HLD}(r_i)(= WQH\text{FIRM}(r_i) + WQH\text{TRUST}(r_i))$ となる。国際投資信託へは世界各地域の家計が出資し株主となっている。したがって国際投資信託の株式資本総額は $\sum_r WQH\text{TRUST}(r)$ であり、国際投資信託はこの資本を原資に各地域の多国籍企業現地法人へ出資する ($WQT\text{FIRM}(r_i)$)。よって、国際投資信託の株式資本総額は多国籍企業への出資総額と等しくなる ($\sum_r WQH\text{TRUST}(r) = \sum_r WQT\text{FIRM}(r)$)。各地域には自国企業と多国籍企業の子会社が存在し、各々の株式資本額の合計は当該地域における企業価値総額として $WQ_FIRM(r_i)$ の記号で表される。すなわち、各地域において、 $WQ_FIRM(r_i) = WQH\text{FIRM}(r_i) + WQT\text{FIRM}(r_i)$ の関係が成立する。

7.2 金融資産の蓄積

各地域 r における企業の株主資本価値 $WQ_FIRM(r)$ は当該地域所在の企業 (自国企業および多国籍企業) 保有の固定資本総額 ($VK(r)$) と等しい。固定資本総額は名目値であり、資本財の価格 ($PCGDS(r)$) と実質資本額 ($QK(r)$) の積として表されるから、これを変化率で表すと次式が得られる。

$$\cdot \text{企業の株主資本価値の変化率} \\ wq_f(r) = pcgds(r) + qk(r) \quad (91)$$

$wq_f(r)$ は r 地域における企業の株主資本価値の変化率、 $pcgds(r)$ は資本財価格の変化率、および $qk(r)$ は実質資本ストックの変化率を表す。(91) 式は、 r 地域における企業の株主資本価値 (金融資産総額) の変化は、当該地域における (多国籍企業も含む) 企業の資本蓄積の変化 ($qk(r)$) によって決定されることを示している。

各地域 r における地域家計の保有金融資産 ($WQH\text{HLD}(r)$) は、当該地域における自国企業への株式投資の残高 ($WQH\text{FIRM}(r)$) と、国際投資信託への株式投資残高 ($WQH\text{TRUST}(r)$) の合計である。また、地域家計による自国企業および国際投資信託への株式投資残高は、分析対象の各期間における購入株式数と株価の積数を同期間で累積したものである。したがって、

次の式が成立する。

$$WQHHLDT(r) = \int_{\tau=0}^T PCGDS(r, \tau) \cdot QQHFIRM(r, \tau) d\tau + \int_{\tau=0}^T PQTRUST(\tau) \cdot QQHTRUST(r, \tau) d\tau \quad (92)$$

上の式で、 $WQHHLDT(r)$ は r 地域における T 期での地域家計の金融資産残高、 $PCGDS(r, \tau)$ は同地域における τ 時点での資本財の価格（単位株式価格と同額と仮定）、 $QQHFIRM(r, \tau)$ は地域家計の自国企業への投資株式数、 $PQTRUST(\tau)$ は国際投資信託の株価、 $QQHTRUST(r, \tau)$ は地域家計の国際投資信託への投資株式数である。

(92) 式を全微分し各変数の変化率で表すと T 期における金融資産蓄積の変化を表す次式が得られる。

$$WQHHLDT(r) \cdot wqh(r) = WQHFIRM(r) \cdot pcgds(r) + WQHTRUST(r) \cdot pqtrust + 100 \cdot [VQHFIRM(r) + VQHTRUST(r)] \cdot time \quad (93)$$

$wqh(r)$ は地域家計の金融資産残高の変化率、 $pqtrust$ は国際投資信託の株価の変化率である。(93) 式で変数 $VQHFIRM(r)$ は地域家計による自国企業への新規の株式投資額、変数 $VQHTRUST(r)$ は地域家計による国際投資信託への新規の株式投資額である。

各地域の家計による地域企業および国際投資信託への株式投資総額は当該地域の貯蓄額 $SAVE(r)$ に等しい。すなわち、

$$VQHFIRM(r) + VQHTRUST(r) = SAVE(r)$$

したがって、地域家計の金融資産額の変化は次式で表される。

・ 地域家計の金融資産額の変化

$$WQHHLDT(r) \cdot wqh(r) = WQHFIRM(r) \cdot pcgds(r) + WQHTRUST(r) \cdot pqtrust + 100 \cdot SAVE(r) \cdot time \quad (94)$$

7.3 地域家計および地域企業の資産蓄積の変化

本節では、まず各地域に所在する企業（自国企業および多国籍企業の双方）の株式資本総額を地域家計が保有する額と国際投資信託が保有する額に分解し、その変化率を示す式を導出する。次いで、地域家計の金融資産額（株式投資額）を地域内自国企業への投資額と国際投資信託への投資額に分解し、その変化率を示す式を導出する。これら二つの金融資産額の要因分解は図7に対応している。

まず、各地域に所在する企業の株式資本総額（資産価値）は、地域家計が保有する自国企業への株式投資額と国際投資信託が保有する同地域内企業（多国籍企業）への株式投資額の合計である。

$$WQ_FIRM(r) = WQHFIRM(r) + WQTFIRM(r) \quad (95)$$

これを全微分し変化率で表すと次式となる。

・ 地域内企業の資産価値の変化

$$WQ_FIRM(r) \cdot wq_f(r) = WQH FIRM(r) \cdot wqhf(r) + WQTFIRM(r) \cdot wqtf(r) \quad (96)$$

$wqhf(r)$ は地域家計の地域内自国企業への株式投資額 $WQH FIRM(r)$ の変化率, また $wqtf(r)$ は国際投資信託同地域内企業への株式投資額 $WQTFIRM(r)$ の変化率である。

次いで, 地域家計の金融資産額 (株式投資額) は地域内の自国企業への株式投資額と国際投資信託への株式投資額の合計である。

$$WQH HLD(r) = WQH FIRM(r) + WQH TRUST(r) \quad (97)$$

これを全微分し変化率で表すと次式となる。

・ 地域家計の金融資産額の変化

$$WQH HLD(r) \cdot wqh(r) = WQH FIRM(r) \cdot wqhf(r) + WQH TRUST(r) \cdot wqht(r) \quad (98)$$

$wqhf(r)$ は $WQH FIRM(r)$ の変化率, $wqht(r)$ は $WQTFIRM(r)$ の変化率である。

(96) 式および (98) 式の二つの式だけでは, 三つの変数すなわち地域家計の自国企業への株式投資額 $WQH FIRM(r)$, 国際投資信託の地域内企業への株式投資額 (当該地域への資本流入) $WQTFIRM(r)$, および地域家計の国際投資信託への株式投資額 (当該地域からの資本流出) $WQH TRUST(r)$ をシミュレーションで決定することはできないので追加的な式が必要になる。また, これらの三つの変数がシミュレーション後, 正の値になる保証はない。更に, 地域別に域内所在の企業の株式資本総額のなかで自国企業のシェアと多国籍企業のシェアが, シミュレーション前後で大きく異なることは国際資本移動の現実に鑑みて望ましくない。とりわけ, 多くの国において域内企業の株式資本総額のシェアの過半は自国企業によって持たれており, シミュレーションによって自国企業のシェアが大幅に減少することは現実説明性に欠ける結果となる。

以上の事情から, GTAP-Dyn モデルでは, 変数のシミュレーション前後のシェアの相違を最小化する手法である「交叉エントロピー最小化手法 (cross-entropy minimization)」を適用している²⁰⁾。交叉エントロピー最小化手法は, 地域家計の金融資産総額 ($WQH HLD(r)$) の自国企業への株式投資額シェアと国際投資信託への株式投資シェアの決定, 並びに, 地域内所在企業の株式資本価値総額 ($WQ_FIRM(r)$) の自国企業シェアと多国籍企業シェアの決定, に適用される。

地域家計の金融資産総額 ($WQH HLD(r)$) の交叉エントロピー ($CEH HLD(r)$) は次式で表される。

20) 交叉エントロピーはある変数が n 個の要素からなっているとき, 各要素のシェア $S_i; i=1, \dots, n$ について基準時点のシェア $S_i(0)$ とシミュレーション後のシェア $S_i(1)$ との乖離幅を示す指数であり, $CE = \sum_i S_i(1) \cdot \log \frac{S_i(1)}{S_i(0)}$ で表される。この交叉エントロピーは全ての要素 i について, $S_i(1) = S_i(0)$ となるとき最小値となる。交叉エントロピーの最小化の手法についての文献として例えば Kapur and Kesavan (1992) がある。

$$\begin{aligned}
 CEHHL D(r) = & WQHFIRMSH(r) \cdot \log \frac{WQHFIRMSH(r)}{WQHFIRMSH_0(r)} \\
 & + WQHTRUSTSH(r) \cdot \log \frac{WQHTRUSTSH(r)}{WQHTRUSTSH_0(r)} \quad (99)
 \end{aligned}$$

$WQHFIRMSH(r)$ は地域 r 家計の金融資産総額に占める自国企業への株式投資額のシェア、 $WQHTRUSTSH(r)$ は同じく国際投資信託への株式投資額のシェアであり、データはいずれもシミュレーション後のデータである。一方、シミュレーション前の基準年データでのシェアは、 $WQHFIRMSH_0(r)$ および $WQHTRUSTSH_0(r)$ である。

各シェアの定義式を代入し (99) 式を整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 WQHHL D(r) \cdot FHHL D(r) = & WQHFIRM(r) \cdot \log \frac{WQHFIRM(r)}{WQHFIRM_0(r)} \\
 & + WQHTRUST(r) \cdot \log \frac{WQHTRUST(r)}{WQHTRUST_0(r)} \quad (100)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$FHHL D(r) = CEHHL D(r) + WQHHL D(r) \cdot \log \frac{WQHHL D(r)}{WQHHL D_0(r)}$$

である。なお、 $WQHFIRM_0(r)$ など添え字の 0 は、基準年データであることを示している。

同様に、地域内所在企業の株式資本価値総額 ($WQ_FIRM(r)$) の自国企業シェアと多国籍企業シェアにかかる交叉エントロピー ($CEFIRM(r)$) を、各シェアの定義式を代入した後の式で示すと次式となる。

$$\begin{aligned}
 WQ_FIRM(r) \cdot FFIRM(r) = & WQHFIRM(r) \cdot \log \frac{WQHFIRM(r)}{WQHFIRM_0(r)} \\
 & + WQTFIRM(r) \cdot \log \frac{WQTFIRM(r)}{WQTFIRM_0(r)} \quad (101)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$FFIRM(r) = CEFIRM(r) + WQ_FIRM(r) \cdot \log \frac{WQ_FIRM(r)}{WQ_FIRM_0(r)}$$

であり、添え字の 0 は、基準年データであることを示している。

GTAP-Dyn モデルでは、(100) 式および (101) 式で表される二つの交叉エントロピーの加重平均値 ($WSCE(r)$) を最小化する方法を採用している。加重平均のウエイトは、地域家計の金融資産総額 ($WQHHL D(r)$) と地域内所在企業の株式資本価値総額 ($WQ_FIRM(r)$) であるが、これに調整スピード・パラメータ (rigidity parameter) を加えている。

$$\begin{aligned}
 WSCE(r) = & [RIGWQH(r) \cdot WQHHL D(r)] \cdot CEGHHL D(r) \\
 & + [RIGWQ_F(r) \cdot WQ_FIRM(r)] \cdot CEFIRM(r) \quad (102)
 \end{aligned}$$

$RIGWQH(r)$ は地域家計の金融資産総額のシェア調整スピードを表すパラメータ、 $RIGWQ_F(r)$ は地域内所在企業の株式資本価値総額のシェア調整スピードを表すパラメータである。

$RIGWQH(r)$ に大きい数値を、 $RIGWQ_F(r)$ に小さい数値を割り当てると、地域家計の金融資産交叉エントロピー ($CEHHL D(r)$) の最小化が中心となるので、シミュレーションは地域家計の自国企業および国際投資信託への株式投資シェアがあまり変化しない結果を生み出す。一方、 $RIGWQ_F(r)$ に大きい数値を、 $RIGWQH(r)$ に小さい数値を割り当てると、地域内所在企業の株式資本価値交叉エントロピー ($CEFIRM(r)$) の最小化が中心となるので、シミュレーションは地域内における自国企業と多国籍企業の株式資本シェアがあまり変化しない結果を生み出す。

未定となっている三つの変数、すなわち地域家計の自国企業への株式投資額 $WQH FIRM(r)$ 、国際投資信託の地域内企業への株式投資額 $WQTFIRM(r)$ および地域家計の国際投資信託への株式投資額 $WQHTRUST(r)$ の数値を決定するために、金融資産保有関係の定義式である (95) 式および (97) 式の制約条件のもとで、(102) 式を最小化する方法を採用する。

$$\begin{aligned} \text{minimize } WSCE(r) = & [RIGWQH(r) \cdot WQHHL D(r)] \cdot CEGHHL D(r) \\ & + [RIGWQ_F(r) \cdot WQ_FIRM(r)] \cdot CEFIRM(r) \end{aligned}$$

subject to

$$WQHHL D(r) = WQH FIRM(r) + WQHTRUST(r)$$

$$WQ_FIRM(r) = WQH FIRM(r) + WQTFIRM(r)$$

第 1 制約条件のラグランジュ未定乗数を $XWQHHL D(r)$ 、第 2 制約条件のラグランジュ未定係数を $XWQ_FIRM(r)$ とし、三つの変数に関する最適化第 1 次条件式は以下のように導出される。

- ・国際投資信託の地域内企業への株式投資額 $WQTFIRM(r)$ にかかる最適化第 1 次条件

$$XWQ_FIRM(r) = RIGWQ_F(r) \cdot \left[\log \left(\frac{WQTFIRM(r)}{WQTFIRM_0(r)} + 1 \right) \right]$$

変化率で表すと次式となる。

- ・国際投資信託の地域内企業への株式投資額の変化率にかかる最適化第 1 次条件

$$xwq_f(r) = RIGWQ_F(r) \cdot wqtf(r) \quad (103)$$

$xwq_f(r)$ はラグランジュ未定乗数 $XWQ_FIRM(r)$ の変化率、 $wqtf(r)$ は $WQTFIRM(r)$ の変化率である。

- ・地域家計の国際投資信託への株式投資額 $WQHTRUST(r)$ にかかる最適化第 1 次条件

$$XWQHHL D(r) = RIGWQH(r) \cdot \left[\log \left(\frac{WQHTRUST(r)}{WQHTRUST_0(r)} + 1 \right) \right]$$

変化率で表すと次式となる。

・ 地域家計の国際投資信託への株式投資額の変化率にかかる最適化第1次条件

$$xwqh(r) = RIGWQH(r) \cdot wqht(r) \quad (104)$$

$xwqh(r)$ はラグランジュ未定乗数 $XWQHHL D(r)$ の変化率, $wqht(r)$ は $WQHTRUST(r)$ の変化率である。

・ 地域家計の自国企業への株式投資額 $WQH FIRM(r)$ にかかる最適化第1次条件

$$XWQHHL D(r) + XWQ_FIRM(r) = \\ (RIGWQH(r) + RIGWQ_F(r)) \cdot \left[\log \left(\frac{WQH FIRM(r)}{WQH FIRM_0(r)} + 1 \right) \right]$$

変化率で表すと次式となる。

・ 地域家計の自国企業への株式投資額の変化率にかかる最適化第1次条件

$$xwqh(r) + xwq_f(r) = (RIGWQH(r) + RIGWQ_F(r)) \cdot wqhf(r) \quad (105)$$

7.4 国際投資信託の資産と株主資本

国際投資信託の資産および資本に関しては, 三つの会計的恒等式が定義される。第1番目の式は, 国際投資信託の総資産額 ($WQTRUST$) が, 国際投資信託による世界各地の多国籍企業への出資額合計 ($\sum_r WQTFIRM(r)$) と等しくなることである。この会計的定義式を変化率で表すと次式となる。

・ 国際投資信託の総資産額の変化

$$WQTRUST \cdot wqt = \sum_r WQTFIRM(r) \cdot wqtf(r) \quad (106)$$

ここで, wqt は $WQTRUST$ の変化率, $wqtf(r)$ は $WQTFIRM(r)$ の変化率である。

第2番目の会計的恒等式は, 国際投資信託の株主資本価値 (WQ_TRUST) は各地域の地域家計の国際投資信託への株式投資額合計 ($\sum_r WQHTRUST(r)$) に等しくなることである。この会計的定義式を変化率で表すと次式となる。

・ 国際投資信託の株主資本額の変化

$$WQ_TRUST \cdot wq_t = \sum_r WQHTRUST(r) \cdot wqht(r) \quad (107)$$

ここで, wq_t は WQ_TRUST の変化率, $wqht(r)$ は $WQHTRUST(r)$ の変化率である。

第3番目の会計的恒等式は, 国際投資信託の総資産額は, その株主資本総額に等しいことである。

$$WQ_TRUST = WQTRUST \quad (108)$$

この会計的恒等式は他の定義諸式から自動的に導出されるためモデル上は必要ないが, 同式はシミュレーション結果が当該恒等式を満たしているかをチェックするため, 内生スラック変数

$WTRUSTSLACK$ を導入し、次式でモデルに組み込まれる。

$$WQ_TRUST = WTRUSTSLACK \cdot WQTRUST$$

シミュレーションの結果、会計的恒等式 (108) 式が成立していれば $WTRUSTSLACK$ は 1 の値を取る。

上の式を変化率で表すと次となる。

- ・国際投資信託のバランスシートのチェック

$$wqt = wq_t + wtrustslack \quad (109)$$

ここで、 $wtrustslack$ は $WTRUSTSLACK$ の変化率であり、(108) 式が成立すれば 0 の値を取る。

最後に地域家計の金融資産蓄積式 (92) 式に示されるように、地域家計による国際投資信託への株式投資額は株式価格 ($PQTRUST$) と投資株式数 ($QQHTRUST$) の積として表されるが、この国際投資信託の株式価格は次のように定義される (変化率で表示した)。

- ・国際投資信託の株価の変化

$$pqtrust = \sum_r \frac{WQTFIRM(r)}{WQTRUST} \cdot pcgds(r) = \sum_r WQTFIRMSHR(r) \cdot pcgds(r) \quad (110)$$

ここで、 $WQTFIRMSHR(r) = \frac{WQTFIRM(r)}{WQTRUST}$ は国際投資信託の株主資本総額 (総資産額) のなかで地域 r の出資比率を表す。

7.5 株主資本所得

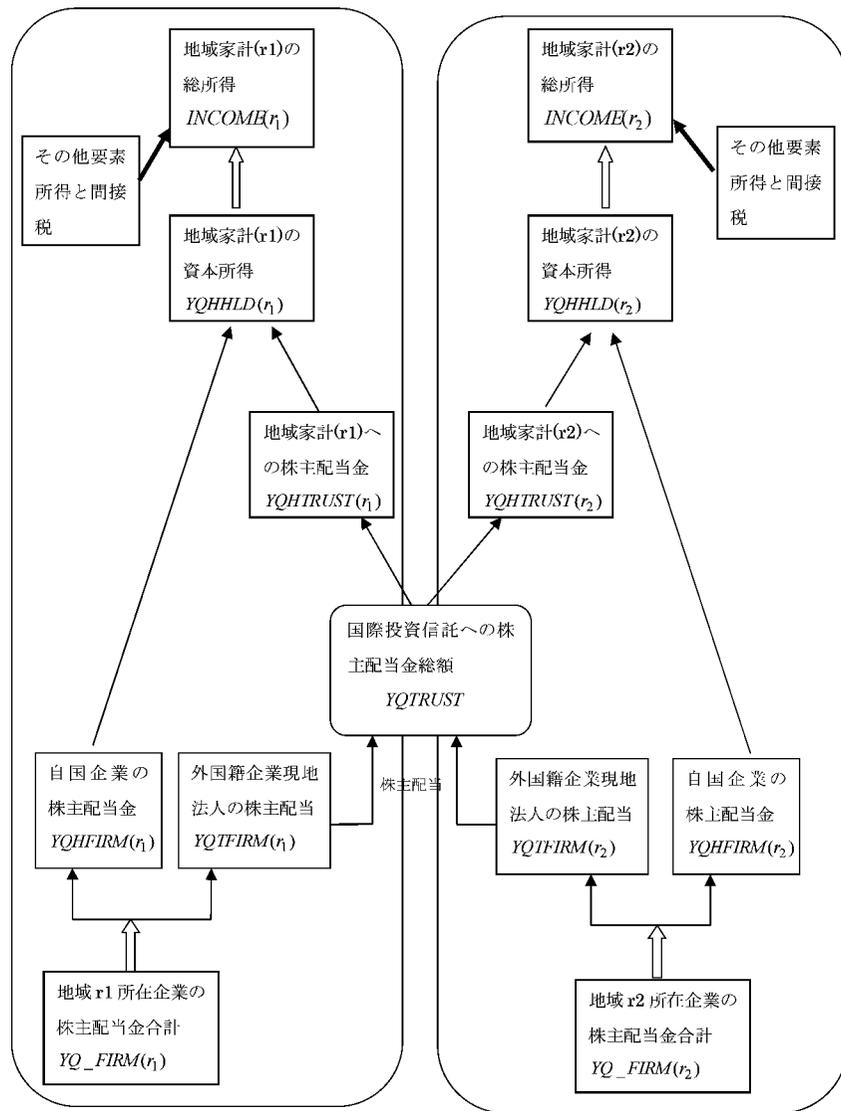
この節では、金融資産投資 (株式投資) から得られる資本所得の帰属関係を定義する。資本所得 (株主配当金) の経済主体間での受払関係は図 7 と密接に関係しており、図 8 のように概念化できる。図 8 で示される記号は次のようである。

$YQ_FIRM(r)$: r 地域所在企業 (自国企業と多国籍企業) の株主配当金総額
$YQH FIRM(r)$: r 地域所在自国企業の当該地域家計への株主配当金
$YQTFIRM(r)$: r 地域所在多国籍企業の国際投資信託への株主配当金
$YQTRUST$: 国際投資信託への世界全地域からの株主配当金総額
$YQHTRUST(r)$: r 地域の家計が国際投資信託から受け取る株主配当金
$YQH HLD(r)$: r 地域家計の資本所得 (株主配当金合計)
$INCOME(r)$: 地域家計の総所得 = 資本所得, その他の要素所得および間接税の合計

定義により、以下の 2 式が成立する。

$YQTRUST = \sum_r YQTFIRM(r)$: 国際投資信託が受け取る株主配当金総額は、出資している各

図8 株主資本所得の受払関係の概念図



出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 2 を参考に、筆者が作成

地域の多国籍企業からの株主配当金を合計したものである。

$YQH_HLD(r) = YQH_FIRM(r) + YQH_TRUST(r)$: 地域家計 r の資本所得 (株主配当金総額) は、地域内の自国企業からの配当金と、出資している国際投資信託からの配当金の合計である。地域家計の資本所得に、労働所得等その他要素所得および受け取り間接税を加えた額が地域家計

の総所得と定義される。

まず、地域内企業の株主配当金を定式化すると次のようである。企業は土地、労働、資本および中間投入財を使い生産を行う。GTAP-Dyn モデルでは、企業は土地を賃借し、労働者を雇用し、中間投入財は他企業から購入するが、資本設備は自企業で所有すると仮定する。均衡における利潤ゼロの仮定により、減価償却後、税引き後純利潤は資本の提供者である株主に資本所得として全額が分配される。地域所在企業（自国企業と多国籍企業）の株主配当金総額は次式で表わされる。

$$YQ_FIRM(r) = VOA("capital", r) - VDEP(r)$$

すなわち、企業の純利潤（株主配当金総額）は、（税引き後）資本所得額 $VOA("capital", r)$ から減価償却費 $VDEP(r)$ を差し引いた額となる。

全微分し、変化率で表現すると次式となる。

・地域内企業の資本所得額の変化

$$YQ_FIRM(r) \cdot yq_f(r) = VOA("capital", r) \cdot [rental(r) + qk(r)] - VDEP(r) \cdot [pcgds(r) + qk(r)] \quad (111)$$

ここで、 $yq_f(r)$ は企業の分配株主配当金の変化率、 $rental(r)$ は資本のレンタル価格の変化率、 $pcgds(r)$ は資本財価格の変化率、 $qk(r)$ は企業の資本ストックの変化率である。

地域内企業は地域家計が株主である自国企業（株式投資額は $WQHFIRM(r)$ ）と、国際投資信託が株主である外国籍企業の現地法人（株式投資額は $WQTFIRM(r)$ ）から構成される。したがって、総額として算出された地域内企業の資本所得額 $YQ_FIRM(r)$ は、地域家計への株主配当金 $YQHFIRM(r)$ と国際投資信託への株主配当金 $YQTFIRM(r)$ とに次のルールにより分配される。

・地域家計への株主配当金

$$YQTFIRM(r) = \frac{WQHFIRM(r)}{WQ_FIRM(r)} \cdot YQ_FIRM(r)$$

変化率で表わすと次式となる。

・地域家計が自国企業から受け取る株主配当金の変化

$$yqhf(r) = yq_f(r) + wqhf(r) - wq_f(r) \quad (112)$$

ここで、 $yqhf(r)$ は $YQHFIRM(r)$ の変化率である。

・国際投資信託への株主配当金

$$YQTFIRM(r) = \frac{WQTFIRM(r)}{WQ_FIRM(r)} \cdot YQ_FIRM(r)$$

変化率で表わすと次式となる。

- ・ 国際投資信託が外国籍企業の現地法人から受け取る株主配当金の変化

$$yqtf(r) = yq_f(r) + wqtf(r) - wq_f(r) \quad (113)$$

次に、国際投資信託の受け取り配当金総額（同信託の総所得額）は各地域の外国籍企業の現地法人からの受取配当金の合計額であるから

$$YQTRUST = \sum_r YQTFIRM(r)$$

これを変化率で表わすと次式となる。

- ・ 国際投資信託の総所得額の変化

$$yqt = \sum_r \frac{YQTFIRM(r)}{YQTRUST} \cdot yqtf(r) \quad (114)$$

すなわち、国際投資信託の総所得額の変化率 yqt は、各地域の外国籍企業の現地法人からの受取配当金の変化率 $yqtf(r)$ を金額シェアで加重平均した値となる。

国際投資信託は各地の多国籍企業現地法人から受け取った株主配当金を、国際投資信託の出資者（株主）である各地域家計に出資割合に比例して分配するから、各地域家計の国際投資信託からの受取配当金は次になる。

$$YQHTRUST(r) = \frac{WQHTRUST(r)}{WQ_TRUST} \cdot YQTRUST$$

変化率で表わすと次式となる。ここで、 $yqht(r)$ は $YQHTRUST$ の変化率である。

- ・ 地域家計の国際投資信託からの受取配当金の変化

$$yqht(r) = yqt + wqht(r) - wq_t \quad (115)$$

資本所得の受払関係の最後すなわち図8の上段に見られるように、地域家計が受け取る株式投資からの資本所得総額は、自国企業からの配当金収入と国際投資信託からの配当金収入の合計である。

$$YQHHL D(r) = YQHFIRM(r) + YQHTRUST(r)$$

地域家計の受取株主配当金の変化率 $yqh(r)$ を表わすと、次式となる。

- ・ 地域家計の株式資本所得の変化

$$yqf(r) = \frac{YQHFIRM(r)}{YQHHL D(r)} \cdot yqhf(r) + \frac{YQHTRUST(r)}{YQHHL D(r)} \cdot yqht(r) \quad (116)$$

8 GTAP-Dyn モデルにおける設備投資決定理論

GTAP-Dyn モデルでは、地域家計はコブ・ダグラス効用関数のもと所得の一定割合を貯蓄し、この貯蓄を原資に地域内自国企業への投資（株式資本出資）および国際投資信託への投資（株式資本出資）を行う。同モデルでは、地域内の企業（自国企業と外国籍企業の現地法人）は期待資

本収益率を基準に設備投資を実行するが、設備投資実行後に実現する現実の資本収益率は期待資本収益率と異なることを許容している。期待資本収益率と現実の資本収益率の乖離は、予期せざる経済状況の出現あるいは期待形成面での誤差等、様々な要因に起因するものである。現実の資本収益率が期待資本収益率と異なることを前提したうえで、企業は適応的期待形成 (adaptive expectation) 基準により次期の設備投資額を決定するものと仮定している。企業は現実の資本収益率との相違が生じた期待資本収益率の改定に際し、資本ストックの正常成長率を基準に設定する方法を採用するが、この資本ストックの正常成長率自体も時間の経緯とともに企業が改定するものとしている。

8.1 粗資本収益率の必要成長率

資本移動が完全な開放経済における設備投資決定理論のベンチマーク・モデルとして、資本収益率の国際間完全均等化モデルがある。このモデルでは、通常、カントリーリスクを調整した後の地域毎の純資本収益率は国際間で瞬時に均等化されると仮定する。ここでの資本収益率は粗資本収益率から減価償却率を控除した純資本収益率を用いるのが通例である。

地域 r における粗資本収益率を $RORGROSS(r)$ 、減価償却率を $RDEP(r)$ とすると、純資本収益率は $RORNET(r) = RORGROSS(r) - RDEP(r)$ で表される。世界共通の純資本収益率を $RORCOMM$ 、地域固有の投資リスクを $RRISK(r)$ とすると純資本収益率の国際間完全均等化モデルは次式で表される。

$$RORGROSS(r) - RRISK(r) - RDEP(r) = RORCOMM \quad (117)$$

上の式で、粗資本収益率 $RORGROSS(r)$ は投資資産が生み出す収益部分と投資資産のキャピタルゲイン (投資資産購入価格の変化) との合計で表される。

$$RORGROSS(r) = \frac{RENTAL(r)}{PCGDS(r)} + RG_PCGDS(r) \quad (118)$$

右辺第 1 項は投資資産の収益率で、資本のレンタル価格と資本財価格の比率で表される。第 2 項は期初時点における資本財価格の予想変化率すなわち投資資産の予想キャピタルゲインを表す。ただし、GTAP-Dyn モデルでは、シミュレーション上、各期における投資資産の予想キャピタルゲインの把握は困難であるため考慮に入れない。したがって、次式の粗資本収益率が使われる。

$$RORGROSS(r) = \frac{RENTAL(r)}{PCGDS(r)}$$

変化率で表すと次式となる。

・粗資本収益率の定義

$$rorga(r) = rental(r) - pcgds(r) \quad (119)$$

ここで、 $rorga(r)$ は粗資本収益率 $RORGROSS(r)$ の変化率、 $rental(r)$ は資本のレンタル価格

の変化率, $pcgds(r)$ は投資財価格の変化率である。

GTAP-Dyn モデルでは、純資本収益率の国際間完全均等化モデル (117) 式は以下の理由により採用しない。

- ・ある国で予期せざる一時的な要因で中間投入財の価格変化等により企業の利潤が増加すると、その国の限界投資効率スケジュールが右方にシフトするが、GTAP-Dyn モデルでは投資資産のキャピタルゲインを除外しているため、完全国際資本移動の仮定のもとでその国の資本収益率の突然の上昇は資本流入と設備投資の急激な増加を引き起こすことになる。しかし、そのような設備投資の短期間における急増は現実的とはいえない。
- ・資本収益率が変化したとき設備投資の実施に時間的なラグが生じるケースが通例である。設備投資実施の時間的なラグの理由として、設備投資の懐妊期間 (gestation lag) の存在、投資調整費用の存在、資本財供給の資本収益率弾力性は大きくない、などがあげられる。

以上の事情から、GTAP-Dyn モデルでは地域 r におけるリスク調整後の純資本収益率はタイムラグをもって世界共通の純資本収益率 $RORCOMM$ に均等化すると仮定する。

各地域にとって、国際純資本収益率は目標とすべきターゲットとなるため、地域 r における目標 (ターゲット) 粗資本収益率 $RORGTARG(r)$ (target gross rate of return) を次のように定義する。

$$RORGTARG(r) \equiv RORCOMM + RRISK(r) + RDEP(r) \quad (120)$$

したがって、資本収益率の国際間完全均等化モデル (117) 式からは次式が成立する。

$$RORGROSS(r) - RORGTARG(r) = 0 \quad (121)$$

しかし、GTAP-Dyn モデルでは、(121) 式は各期、自動的に実現する均衡式ではなく、現実の粗資本収益率は目標粗資本収益率から乖離することが許容される。現実の粗資本収益率 $RORGROSS(r)$ の目標粗資本収益率 $RORGTARG(r)$ への調整過程をモデル内に導入するため、同モデルは次の調整メカニズムを使っている。

$$RRG_RORG(r) = LAMBRORG(r) \cdot \log \frac{RORGTARG(r)}{RORGROSS(r)} \quad (122)$$

ここで、 $RRG_RORG(r)$ は地域 r における粗資本収益率の必要成長率 (required rate of growth in the gross rate of return), $LAMBRORG(r)$ は現実値と目標値の乖離が発生した時の目標値への調整スピードを表すパラメータである。たとえば、現実の粗資本収益率が目標粗資本収益率を下回った場合 ($\log \frac{RORGTARG(r)}{RORGROSS(r)} > 0$)、これに調整係数 $LAMBRORG(r)$ を乗じた数値が r 地域における粗資本収益率の必要成長率ということになる。

(122) 式を変化率で表すと次式となる。

$$r_{rg_rorg}(r) = LAMBRORG(r) \cdot [r_{orgt}(r) - r_{orga}(r)] \quad (123)$$

ここで、 $r_{rg_rorg}(r)$ は粗資本収益率の必要成長率の変化（絶対値）、 $r_{ort}(r)$ は目標粗資本収益率の変化率を表す。

(120) 式で示される目標粗資本収益率 $RORGTARG(r)$ は地域 r にとっては外生変数であり、地域固有の要因 $RRISK(r)$ および $RDEP(r)$ と、世界共通の要因 $RORCOMM$ とからなる。これらはシミュレーションではクロージャーとして扱われるが、地域別の目標資本収益率に影響を及ぼすその他諸々の要因も考慮し、目標粗資本収益率は地域固有の要因に基づく部分 $SDRORTARG(r)$ と世界共通の要因に基づく部分 $SDRORTWORLD$ からなると仮定する。

$$RORGTARG(r) = SDRORTWORLD + SDRORTARG(r)$$

微分し次式を得る。

・目標資本収益率の均衡条件式

$$DRORT(r) = SDRORTW + SDRORT(r) \quad (124)$$

$DRORT(r)$ は r 地域における目標粗資本収益率の（絶対的）変化、 $SDRORTW$ はそのうち世界共通の要因による変化、 $SDRORT(r)$ は地域固有の要因による変化を示す。(124) 式は、粗資本収益率の均衡条件式 (121) 式がタイムラグを経て成立することを暗黙の前提としている。

更に、目標粗資本収益率の（絶対的）変化 $DRORT(r)$ は目標粗資本収益率の変化率 $r_{orgt}(r)$ と次の関係がある。

・目標粗資本収益率の変化

$$RORGTARG(r) \cdot r_{orgt}(r) = DRORT(r) \quad (125)$$

8.2 粗資本収益率の期待成長率

GTAP-Dyn モデルでは、標準的な設備投資理論に従い、投資家（企業）は期待粗資本収益率を基準に設備投資を行うものと想定されている²¹⁾。資本ストック量が多い時には（限界）資本収益率が低く、資本ストック量が少ないときには資本収益率が高い、という関係があるから将来時点の期待資本収益率もその時点における資本ストックの量に依存して決まることになる。したがって、資本収益率の期待成長率も資本ストックの成長率に依存して決まることになる。

同モデルでは投資家は、過去の時系列データをベースに計算された「基準資本収益率（reference rate of return）」と、同じく過去の時系列データに基づく適正な資本ストック成長率により算出した「基準資本ストック（reference capital stock）」を、資本収益率の期待形成にあたり考慮すると想定する。すなわち、期待資本収益率と基準資本収益率および現実の資本ストック

21) 以下、粗資本収益率は資本収益率、また期待粗資本収益率は期待資本収益率と略記する。

並びに基準資本ストックとの間には次の関係があるとする。

$$RORGEXP(r) = RORGREF(r) \cdot \left[\frac{QK(r)}{QKF(r)} \right]^{-RORG FLEX(r)} \quad (126)$$

ここで、 $RORGEXP(r)$ は期待資本収益率、 $RORGREF(r)$ は基準資本収益率 (reference rate of return)、 $QKF(r)$ は基準資本ストック (reference capital stock)、 $QK(r)$ は実際の資本ストック、 $RORG FLEX(r)$ は期待資本収益率の資本ストック弾力性を表すパラメータである。上式は実際の資本ストック量が基準資本ストックを上回っているときは、期待資本収益率は基準資本収益率よりも低くなること、一方、基準資本ストック量を下回っているときには、期待資本収益率は基準資本収益率よりも高くなることを示している。基準資本収益率は一定値であると仮定されているから、期待資本収益率スケジュールを表す曲線は図9のように右下がりの曲線となる。

(126) 式で基準資本収益率 $RORGREF(r)$ は一定値である一方、基準資本ストックは時の経過とともに変化すると仮定されている。ある年における基準資本ストック量は、次式のように基準時点における基準資本ストック量 ($QK_0(r)$) が正常成長率 (normal rate of growth) $KHAT(r)$ で成長するとされている。

$$QKF(r) = QK_0(r) \cdot e^{KHAT(r) \cdot TIME} \quad (127)$$

資本ストックの正常成長率 (normal rate of growth of capital stock) $KHAT(r)$ は、「資本ストックの成長が期待資本収益率に影響を与えない成長率」として定義されている。資本ストックが $KHAT(r)$ 以上の率で成長する場合は、投資家は期待資本収益率が将来、低下すると予測することになり、一方 $KHAT(r)$ 以下の率でしか成長しない場合は、投資家は期待資本収益率が将来、上昇すると予測することになる²²⁾。

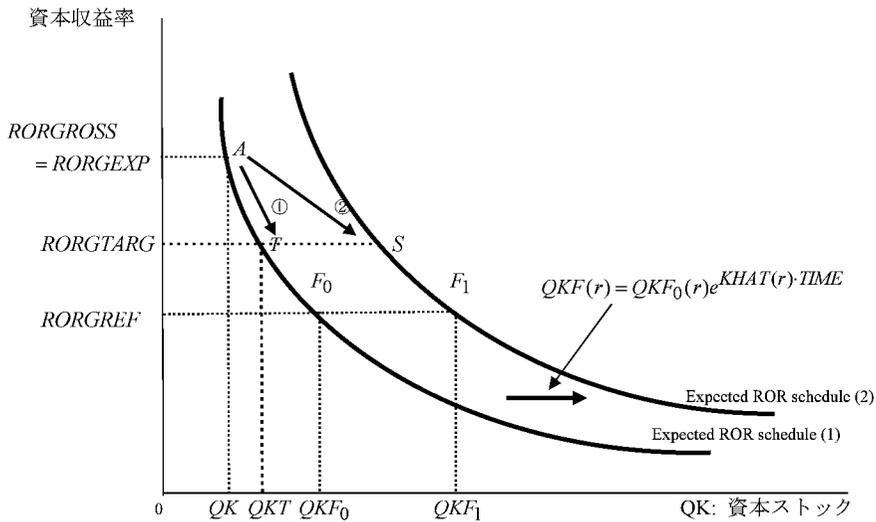
資本収益率の期待成長率 (expected rate of growth in the gross rate of return) は (126) 式を時間変数で微分し、(127) 式の $QKF(r)$ を代入することによって得られる。

$$ERG_RORG(r) = -RORG FLEX(r) \cdot \left[\frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r) - KHAT(r) \right] \quad (128)$$

上式で $ERG_RORG(r) \equiv \frac{dRORGEXP(r)/dTIME}{RORGEXP(r)}$ は (期待) 資本収益率の期待成長率であり、 $QCGDS(r)$ は r 地域における設備投資額、 $RDEP(r)$ は減価償却額、したがって $\frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r)$ は現実の純資本ストックの成長率である。投資家は、現実の純資本ストック成長率が

22) データベースの基準年における基準資本ストックの正常成長率は、地域別の資本ストックの時系列データに基づき計算され、基礎データとして GTAP-Dyn モデルの中に組み込まれている。しかし、第8.3節でみるように基準資本ストックの正常成長率は内生変数としてシミュレーションの各期ごとにアップデートされる。

図 9 期待資本収益率スケジュールと現実の資本収益率



注：1. このグラフは、実現した資本収益率（RORGROSS）は期待資本収益率（RORGEXP）と等しいと仮定して作図してある。

2. 期待資本収益率スケジュール，Expected ROR schedule (1)は

$$RORGEXP(r) = RORGREF(r) \cdot \left[\frac{QK(r)}{QKF_0(r)} \right]^{-RORGFLEX(r)}$$

3. 実現した資本収益率は目標資本収益率（RORGTARG）を上回っているため、投資家は資本収益率を下方修正することになる（必要資本収益率がマイナスとなる）。

4. 基準資本ストック（QKF(r)）は、資本ストックの正常成長率KHAT(r)で成長する。

$$QKF(r) = QKF_0(r) e^{KHAT(r) \cdot TIME}$$

したがって、期待資本収益率スケジュールは資本ストックの正常成長とともに右方にシフトする。

出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 3 および Figure 4 を参考に、筆者が作成

正常成長率を上回っている場合、期待資本収益率を下方修正する行動を取ることを示している。

(128) 式を全微分すると次の式が得られる。

・ 資本収益率の期待成長率の変化

$$erg_rorg(r) = -RORGFLEX(r) \cdot [IKRATIO(r) \cdot (qcgds(r) - qk(r)) - DKHAT(r)] \quad (129)$$

ここで、 $erg_rorg(r)$ は（期待）資本収益率の期待成長率の変化²³⁾、 $qcgds(r)$ は設備投資の変化

23) 成長率の水準の変化であり、変化率ではないことに注意。

率, $qk(r)$ は資本ストックの変化率, $IKRATIO(r) \equiv \frac{QCGDS(r)}{QK(r)}$ は粗投資・資本ストック比率,

$DKHAT(r)$ は資本ストックの正常成長率の変化を表す。

上式に見られるように, 資本収益率の期待成長率は設備投資の水準およびその成長率と負の相関関係にある。GTAP-Dyn モデルでは, (129) 式が地域別設備投資額を決定する基本的な式として扱われる。

GTAP-Dyn モデルでは, 資本収益率の期待成長率 ($ERG_RORG(r)$) は, (122) 式で定義された資本収益率の必要成長率 ($RRG_RORG(r)$) と等しいと仮定する。

$$ERG_RORG(r) = RRG_RORG(r) \quad (130)$$

資本収益率の必要成長率 ($RRG_RORG(r)$) は, 「現実の資本収益率が目標収益率 (target gross rate of return) と乖離した場合必要とされる資本収益率の成長率」と定義されデータから計算できるから, (128) 式および (130) 式から必要設備投資額 ($QCGDS(r)$) が次式で求まることになる。

$$QCGDS(r) = QK(r) \cdot [RDEP(r) + KHAT(R) - RORGFLEX(r)^{-1} \cdot RRG_RORG(r)] \quad (131)$$

すなわち, 必要設備投資額 $QCGDS(r)$ は現状の資本ストックの更新 $QK(r) \cdot RDEP(r)$, 資本ストックの正常成長率を実現するための投資額 $QK(r) \cdot KHAT(r)$, および目標資本収益率を達成するための設備投資調整額 $-QK(r) \cdot RORGFLEX(r)^{-1} \cdot RRG_RORG(r)$ の合計であると定義されている。

図9は(126)式で表される期待資本収益率スケジュールと, (127)式の基準資本ストックの成長に伴う期待資本収益率スケジュールの右方シフトを示している。期待形成時点における期待資本収益率スケジュール(1) (図では Expected ROR schedule (1)と表記) 上で, 実現した資本収益率 ($RORGRASS$) は期待資本収益率 ($RORGEXP$) と等しいが, 目標資本収益率 ($RORGTARG$) とは異なりそれを上回っていると仮定し作図してある。この期待資本収益率スケジュール(1)は, 基準資本収益率 $RORGREF$ と基準資本ストック QKF_0 の組み合わせ点 (図上 F_0 点) を通ることになる。基準資本ストックが(127)式に従い成長すると期待資本収益率スケジュールは右方にシフトし, Expected ROR schedule (2)となる。すなわち, 一定の基準資本収益率 $RORGREF$ のもとでの基準資本ストックは QKF_1 となる。

実現した資本収益率 ($RORGRASS$) は目標資本収益率 ($RORGTARG$) を上回っているため, 投資家は設備投資増加による資本ストックの拡大を予想し, 期待資本収益率スケジュール(1)上でその期待資本収益率を引き下げていくことになる (図上, A点からT点への動き)。同時に, 基準資本ストックの成長に伴い目標資本収益率に対応する資本ストック量が増加することからも期待資本収益率は調整されていくことになる (図上, A点からS点への動き)。資本収益率の変化期待を表す(129)式はこれら二つの要因が合成された動きを表すものである。

8.3 資本収益率の適応的期待形成と設備投資

GTAP-Dyn モデルでは、基準年における産業連関表等のデータから一般均衡モデルの方程式体系を構築し、設備投資による資本蓄積メカニズムをワークホースとした再帰的動学手法により各期の一般均衡をシミュレーションする。基礎データから基準年における各地域の実際の資本収益率 ($RORGROSS$) および設備投資額が算出できる。しかし、前節で導出した設備投資決定式 (131) 式に実際の資本収益率を代入して得られる理論的設備投資額 ($QCGDS$) と基準年データから計算される設備投資額が一致する保証はない。

(1) 期待資本収益率基準の設備投資決定

この問題に対処するため GTAP-Dyn モデルでは、投資家は設備投資決定に際し実際の資本収益率を基準にするのではなく、期待資本収益率を基準にすると仮定する。この仮定に従うと実際の資本収益率 ($rorga(r)$) が目標資本収益率から乖離した場合の収益率予想の改定を示す (123) 式は $rorga(r)$ が期待資本収益率の変化 $rorge(r)$ に置き換えられ、更に資本収益率の必要成長率 $rg_rorg(r)$ はその期待成長率 $erg_rorg(r)$ に等しいと仮定することによって次式が得られる²⁴⁾。

$$\cdot \text{期待収益率基準での設備投資決定行動のもとでの資本収益率の期待成長率} \\ \text{erg_rorg}(r) = LAMBORG(r) \cdot [rorgt(r) - rorge(r)] \quad (132)$$

この式によれば期待資本収益率が変化すれば投資家は資本収益率変化の予想を改定することになる。

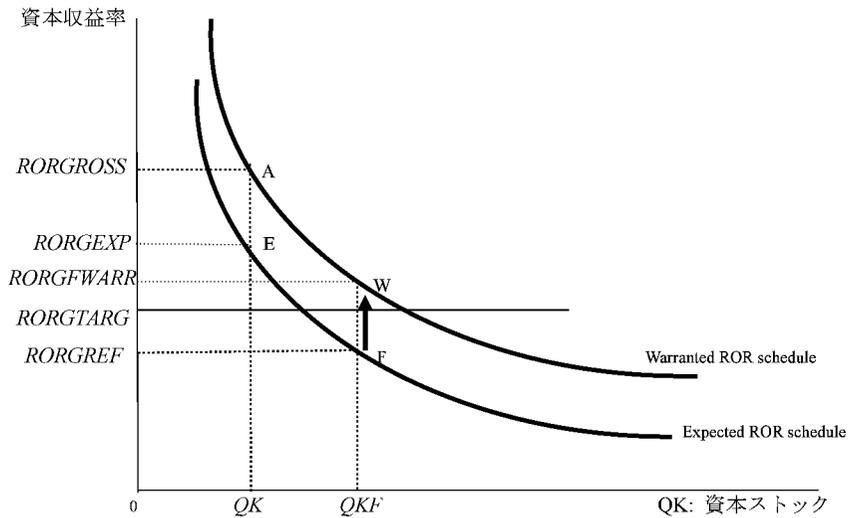
(2) 期待形成誤差と適応的期待形成

GTAP-Dyn モデルでは、投資家は資本収益率の期待形成に際し、期待形成誤差 (expectation error) が発生することを認めている。すなわち、投資家は自分が設定した期待資本収益率のもとで設備投資 (への出資) を行うが、その設備投資が生み出す実際の資本収益率は投資家が当初予想した期待資本収益率とは異なることを許容するものである。この場合、投資家は当期において期待資本収益率と現実の資本収益率が相違したことを認識したうえで、翌期にはその期待形成誤差をなくすため期待資本収益率の改定を行うとされている。翌期においても改定後の期待資本収益率が実現する資本収益率に一致する保証はなく、期待形成誤差が生じた場合、翌々期に再度期待資本収益率の改定を行う。適応的期待形成モデルの慣例に従い、期待形成誤差の調整スピードは緩慢であると想定されている。

設備投資決定基準が期待資本収益率となる場合、図 9 の期待資本収益率スケジュールは実現した資本収益率 ($RORGROSS$) を通る必要はない。すなわち、期待資本収益率 ($RORGEXP$) と実現した資本収益率とは乖離することになる (図 10 参照)。実現した資本収益率が期待投資収益率と乖離した場合、翌期において期待形成の改定を行うことになるが、改定後の期待収益率スケジュールに一定の条件を課する必要がある。期待資本収益率スケジュールは定義により基準資

24) GTAP-Dyn モデルでは、基準年のデータベースから計算される地域別設備投資額が、(123) 式および (126) 式等から理論的に導出される設備投資額と一致するように基準年における期待資本収益率が算出されている。

図 10 期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュール



- 注：1. 保証資本収益率スケジュール (Warranted ROR schedule) は資本ストック QK のもとで実現した資本収益率 ($RORGROSS$) と、基準資本ストック (QKF) に対応する保証基準資本収益率 ($RORGFWARR$) を通る曲線。期待資本収益率 ($ROREXP$) と実現した投資収益率が一致することを保証する期待資本収益率スケジュールである。
2. $RORGREF$ は時系列データから推計された基準投資資本収益率。 $RORGREF$ は目標資本収益率。

出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 3 および Figure 4 を参考に、筆者が作成

本ストック (QKF) とそれに対応する基準資本収益率 ($RORGREF$) の組み合わせ点を通るものであるから、期待形成改定後の期待資本収益率スケジュールは実現した資本収益率を通るとともに、時系列データから計算される基準資本ストック (QKF) と新たな期待形成のもとでの基準資本収益率の組み合わせ点を通る曲線となる。実現した資本収益率を通る (期待改定後の) 期待資本収益率スケジュールが基準資本ストックを通る点での資本収益率を「保証基準資本収益率 ($RORGFWARR$)」と呼び、その期待資本収益率スケジュールを「保証資本収益率スケジュール (Warranted ROR schedule)」と呼ぶ (図 10 参照)。

保証資本収益率スケジュール上で、期待資本収益率と実現した資本収益率は等しくなり、かつそれは保証基準資本収益率と基準資本ストックの組み合わせ点を通るから、保証資本収益率スケジュールは次式で表される。

$$RORGROSS(r) = RORGFWARR(r) \cdot \left[\frac{QK(r)}{QKF(r)} \right]^{-RORGFLEX(r)} \quad (133)$$

(126) 式と (133) 式から、実現した資本収益率 ($RORGROSS$) と期待資本収益率 ($ROREXP$)

$GEXP$) の相対関係は、基準資本収益率 ($RORGREF$) と保証基準資本収益率 ($RORGFWARR$) の相対関係として表される。

$$\frac{RORGROSS(r)}{RORGEXP(r)} = \frac{RORGFWARR(r)}{RORGREF(r)} \quad (134)$$

期待形成誤差の除去は左辺の期待資本収益率を実現した資本収益率に収斂させることであり、これは右辺から基準資本収益率 ($RORGREF(r)$) を改定し保証基準資本収益率 ($RORGFWARR(r)$) に収斂させることを意味している。したがって、期待形成誤差の除去プロセスは基準資本収益率の保証基準資本収益率への改定プロセスと解釈でき、次の式で表される。

$$rorgf(r) = 100 \cdot LAMBROGE(r) \cdot \left[\log \frac{RORGFWARR(r)}{RORGREF(r)} \right] \cdot time \quad (135)$$

ここで、 $rorgf(r)$ は基準資本収益率の変化率、 $LAMBROGE(r)$ は調整速度を表す係数である。(134) 式を代入し、期待資本収益率の実現した資本収益率への調整のために必要とされる基準資本収益率の変化率で表わすと次式となる。

$$\begin{aligned} rorgf(r) &= -100 \cdot LAMBROGE(r) \cdot \left[\log \frac{RORGEXP(r)}{RORGROSS(r)} \right] \cdot time \\ &= -100 \cdot LAMBROGE(r) \cdot ERRRORG(r) \cdot time \end{aligned} \quad (136)$$

ここで、 $ERRRORG(r) = \frac{RORGEXP(r)}{RORGROSS(r)}$ は資本収益率の期待形成誤差を表す指標である。

(135) 式および (136) 式は、図 10 で今期の期待資本収益率スケジュールが保証資本収益率スケジュールへとシフトするための基準資本収益率の変化幅を表わすものである。

(136) 式の期待資本収益率スケジュールのシフトと基準資本ストックの正常成長率 ($KHAT(r)$) の双方を考慮に入れた期待資本収益率自体の変化率は以下のように導出される。

まず、前掲 (127) 式のように基準資本ストック量 ($QK_0(r)$) は正常成長率 $KHAT(r)$ で成長すると仮定される。

$$QKF(r) = QK_0(r) \cdot e^{KHAT(r) \cdot TIME} \quad (127)$$

この式を期待資本収益率スケジュール (126) 式に代入すると、次式が得られる。

$$RORGEXP(r) = RORGREF(r) \cdot \left[\frac{QK(r)}{QK_0(r) \cdot e^{KHAT(r) \cdot TIME}} \right]^{-RORGFLEX(r)} \quad (137)$$

微分したうえで基準資本収益率の変化 $rorgf(r)$ に (136) 式を代入すると、期待資本収益率の

変化を表わす次式が得られる。

・期待資本収益率の変化

$$\begin{aligned} \text{rorge}(r) = & -\text{RORGFLEX}(r) \cdot [\text{qk}(r) - 100 \text{KHAT}(r) \cdot \text{time}] \\ & - 100 \text{LAMBROGE}(r) \cdot \text{ERRRORG}(r) \cdot \text{time} \\ & + \text{srorge}(r) \end{aligned} \quad (138)$$

(138) 式の右辺の第1項目は、現実の資本ストックの成長率が基準資本ストックの正常成長率と相違するときの期待資本収益率への影響を表わす²⁵⁾。現実の成長率が正常成長率を上回った場合は、投資家は期待資本収益率を下方修正する行動をとることが仮定されている。右辺の第2項目は現実の資本収益率が期待資本収益率と相違する場合に投資家は基準資本収益率を保証資本収益率水準に改定する(すなわち、期待誤差の修正)行動を表わす。第3項目 $\text{srorge}(r)$ は期待資本収益率変化に対するシフト項目であり、通常はクロージャー(外生変数)として扱われる。期待資本収益率がモデルでシミュレーションされる以上の数値であると予測される場合などにゼロ以外の数値を与えたり、あるいは地域別設備投資額を期待資本収益率ルールではなく外生的に固定する場合などに内生変数に変換する。

(138) 式に示される期待資本収益率の動きを図示すると、図11のようである。ただし、作図の煩雑化を避けるため、現実の資本ストック成長率と基準資本ストックの正常成長率の関係を表わす曲線(すなわち Expected ROR schedule の右方シフト)は省略した。現実の資本ストックの成長率($\text{qk}(r)$)が基準資本ストックの正常成長率($\text{KHAT}(r) \cdot \text{time}$)を上回った場合、投資家は期待資本収益率を下方修正する(図中、矢印①の動き)。実現した資本収益率が期待資本収益率を上回った場合($\text{ERRRORG}(r) < 0$)、投資家は期待資本収益率を上方に改定する。すなわち、期待資本収益率スケジュールが上方にシフトし実現した資本収益率を通る保証資本収益率スケジュールと一致する(図中、矢印②の動き)。(138) 式は期待資本収益率がこれら二つの作用の合成された動きとして変化することを示している。

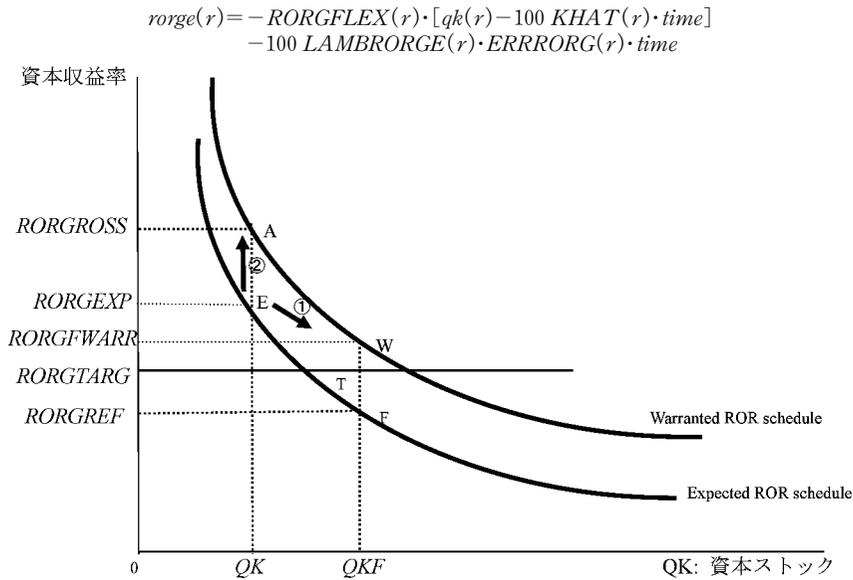
(3) 資本ストックの正常成長率の変化

基準資本ストックの正常成長率(KHAT)の水準とその変化は、期待資本収益率に影響を与え、また資本収益率の期待成長率(erg_rorg)および設備投資額を決定する要因でもあるため、GTAP-Dyn モデルでは正常成長率を内生変数として扱いシミュレーションの中でその値を変化させる方法を採用している。基準年のデータベースでは、資本ストックの正常成長率(KHAT)は過去の時系列データをもとに推計され、データとして与えられる。その後各期のシミュレーションにおいて、正常成長率は実際の資本ストック成長率との誤差を調整する方法で、その変化(DKHAT)は次のメカニズムにより決定される。

$$\text{DKHAT}(r) = 100 \text{LAMBKHAT}(r) \cdot [\text{KHAPP}(r) - \text{KHAT}(r)] \cdot \text{time} \quad (139)$$

25) 基準資本ストックの正常成長率は定義により、期待資本収益率に影響を与えない資本ストックの成長率である。

図 11 期待資本収益率の調整メカニズム：資本ストック成長率の影響と期待誤差の調整



注：図では、実現した資本収益率が期待資本収益率を上回っていること、更に現実の資本ストック成長率が正常成長率を上回ったことを前提に作図してある。ただし、作図の煩雑化を避けるため、現実の資本ストック成長率と基準資本ストックの正常成長率の関係を表わす曲線（すなわち Expected ROR schedule の右方シフト）は省略した。

出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 3 および Figure 4 を参考に、筆者が作成

$LAMBKHAT(r)$ は調整の程度を表す係数、 $KHAPP(r)$ は顕在的正常成長率 (Apparent current normal growth rate) と命名された実現した資本ストックの成長率である。

顕在的正常成長率は、実現した資本ストックの変化および資本収益率の変化ならびに期待資本収益率の資本ストック弾力性 $RORGFLEX(r)$ などによって規定される資本ストックの成長率であると定義されている。たとえば、現在の資本収益率が一定値で変化しないとする。これは資本ストックが正常成長率で成長していることを意味し、この場合、顕在的正常成長率 ($KHAPP(r)$) は実現した資本ストック成長率と等しくなる。資本収益率が上昇している場合は、顕在的正常成長率が実現した資本ストック成長率よりも高いことを意味し、逆に資本収益率が下落している場合は、顕在的正常成長率が実現した資本ストック成長率よりも低いことを意味する。

顕在的正常成長率は次の方法で求める。まず資本収益率の期待成長率 ($ERG_RORG(r)$) が実現した成長率 ($ARG_RORG(r)$) と等しいと仮定し、資本収益率の期待成長率を示す (128) 式で、 $ERG_RORG(r)$ を $ARG_RORG(r)$ に置き換える。

$$ARG_RORG(r) = -RORGFLEX(r) \cdot \left[\frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r) - KHAT(r) \right]$$

この式を $KHAT(r)$ について解いて、その値を顕在的正常成長率 $KHAPP(r)$ と定義する。すなわち、

$$KHAPP(r) = RORGFLEX(r)^{-1} \cdot ARG_RORG(r) + \frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r) \quad (140)$$

この式は顕在的正常成長率は、実現した資本ストックの成長率 $\frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r)$ と、弾力性調整済みの実現した資本収益率の変化率 $RORGFLEX(r)^{-1} \cdot ARG_RORG(r)$ の合計として定義されることを示している。

(140) 式を (139) 式に代入すると次式が得られる。

$$DKHAT(r) = 100 \text{ LAMBKHAT}(r) \cdot \left[RORGFLEX^{-1} \cdot ARG_RORG(r) + \frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r) - KHAT(r) \right] \cdot time \quad (141)$$

定義により資本ストックの成長率は

$$100 \left(\frac{QCGDS(r)}{QK(r)} - RDEP(r) \right) \cdot time = qk(r)$$

であり、また実現した資本収益率の変化率は

$$100 \text{ ARG_RORG}(r) \cdot time = rorga(r)$$

であるから、(141) 式は次のように表わされる。

・ 資本ストックの正常成長率の変化

$$DKHAT(r) = \text{LAMBKHAT}(r) \cdot \left[RORGFLEX(r)^{-1} \cdot rorga(r) + qk(r) - 100 \text{ KHAT}(r) \cdot time \right] \quad (142)$$

図9で見たように期待資本収益率スケジュール (Expected ROR schedule) は正常成長率で右方にシフトするが ($KHAT(r) > 0$ の場合)、正常成長率の変化 ($DKHAT(r)$) は図10の保証資本収益率スケジュール (Warranted ROR schedule) が顕在的正常成長率 $KHAPP(r)$ で右方にシフトさせることを意味する。期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュールの相対的シフトに関し、いくつかのケースを見ておこう。

- ・ ケース1：期待資本収益率 ($RORGEXP$) と実現した資本収益率 ($RORGROSS$) が一致し、かつ正常成長率 ($KHAT$) が顕在的正常成長率 ($KHAPP$) が一致するケース。この場合、期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュールは一致し、ともに正常成長率 ($KHAT$) で右方にシフトすることになる。
- ・ ケース2：期待資本収益率と実現した資本収益率は一致するが、顕在的正常成長率 ($KHAPP$) が正常成長率 ($KHAT$) を上回っているケース。この場合、当初は期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュールは一致しているが、後者の右方シフト

スピードが前者のシフトスピードよりも早いことを意味し、両者間でかい離が発生することになる。しかし、時間の経過とともに正常成長率 ($KHAT$) は、(133) 式 ((136) 式) に従い上方改定されていくため、期待資本収益率スケジュールは保証資本収益率スケジュールに接近していくことになる。

- ・ ケース 3 : 正常成長率 ($KHAT$) と顕在的正常成長率 ($KHAPP$) は一致しているが、期待資本収益率が実現した資本収益率を上回っているケース。この場合、期待資本収益率スケジュールは保証資本収益率スケジュールの右側に位置していることになるが、(142) 式に従い $DKHAT$ がマイナスとなり、時間の経過とともに正常成長率 ($KHAT$) が下方修正されていくことになるため、保証資本収益率スケジュールは期待資本収益率スケジュールに接近していくことになる。

8.4 適応的期待形成による設備投資決定メカニズム：GTAP-Dyn モデルの設備投資決定モジュール

以上、地域別設備投資額は期待資本収益率を基準に決定されること、しかし期待形成には誤差が発生するため投資家は適応的期待形成メカニズムにより期待資本収益率の改定を行うことを見てきたが、ここでは GTAP-Dyn モデルで「設備投資決定モジュール」としてコード化されている式を取りまとめ、さらに図を用いこれらの諸式の相互関係について説明しておく。

設備投資決定モジュールは次の囲み内の 6 方程式からなっている。式の番号は、本文中で当該式に割り振られた番号を使っている。

■ GTAP-Dyn モデルにおける設備投資決定モジュール

- ・ 目標資本収益率変化の要因分解

$$DRORT(r) = SDRORTW + SDRORT(r) \quad (124)$$

- ・ 目標資本収益率の水準とその変化の関係

$$RORGTARG(r) \cdot rorgt(r) = DRORT(r) \quad (125)$$

- ・ 期待収益率基準での設備投資決定行動のもとでの資本収益率の期待成長率

$$erg_rorg(r) = LAMBROG(r) \cdot [rorgt(r) - rorge(r)] \quad (132)$$

- ・ 期待資本収益率の変化

$$\begin{aligned} rorge(r) = & -RORGFLEX(r) \cdot [qk(r) - 100 KHAT(r) \cdot time] \\ & - 100 LAMBROGE(r) \cdot ERRORG(r) \cdot time + sorge(r) \end{aligned} \quad (138)$$

- ・ 資本ストックの正常成長率の変化

$$\begin{aligned} DKHAT(r) = & LAMBKHAT(r) \cdot \\ & [RORGFLEX(r)^{-1} \cdot rorga(r) + qk(r) - 100 KHAT(r) \cdot time] \end{aligned} \quad (142)$$

- ・ 資本収益率の期待成長率の変化—設備投資の決定式

$$\begin{aligned} erg_rorg(r) = & -RORGFLEX(r) \cdot \\ & [IKRATIO(r) \cdot (qcgds(r) - qk(r)) - DKHAT(r)] \end{aligned} \quad (129)$$

◆ 資本ストック成長式

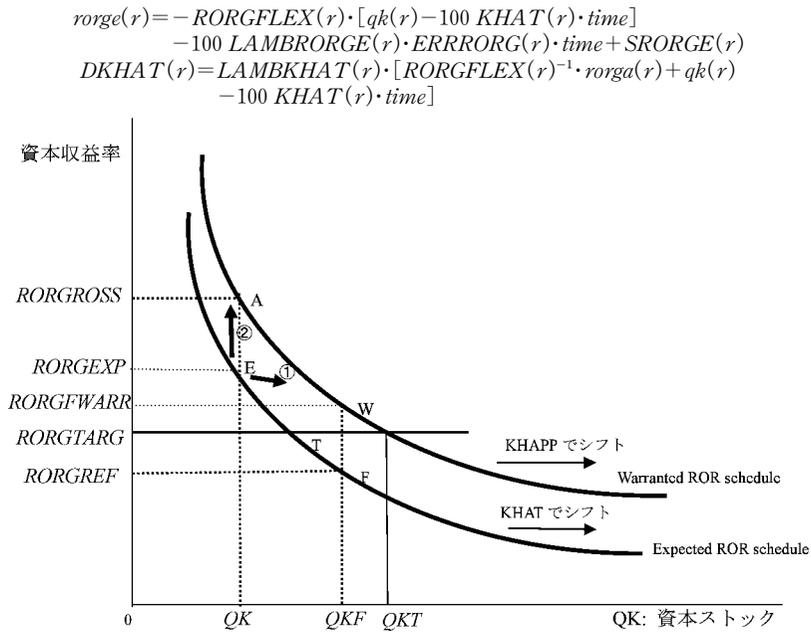
$$VK(r) \cdot qk(r) = VK(r) \cdot [sqkworld + sqk(r)] + 100 NETINV(r) \cdot time \quad (90)$$

GTAP-Dyn モデルでは地域別の期待資本収益率に基づく設備投資額の決定およびそれに伴う国際資本移動の動きは、短・中期的には不均衡モデルとして分析され、期待資本収益率と実現した資本収益率の乖離、ならびに期待資本収益率と世界共通の資本収益率をベースとした目標資本収益率との乖離が発生することを認めている。一方、長期的には、適応的期待形成メカニズムの作用により地域別に期待資本収益率と現実の資本収益率は目標資本収益率に収斂して行き、いわゆる国際間の完全資本移動が実現することになる。

(124) 式と (125) は地域別の目標資本収益率の水準とその変化を決める式であるが、目標粗資本収益率の(絶対的)変化 ($DRORT(r)$) のうち、地域固有の目標資本収益率の変化 $SDRORT(r)$ は外生変数であり、モデルではクロージャーとして扱われる。

期待資本収益率の変化を表わす (138) 式は図 12 で、期待資本収益率スケジュールの位置とそのシフトを決める。同式の右辺第 1 項目は実現した資本ストックの成長率の正常成長率との相対関係が期待資本収益率に与える影響であるから右にシフトする期待資本収益率スケジュール上で

図 12 期待資本収益率の調整メカニズムと設備投資の決定(1)



注：図中、 QKT は保証資本収益率スケジュール上の目標資本収益率に対応する「目標資本ストック」である。
 出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 3 および Figure 4 を参考に、筆者が作成

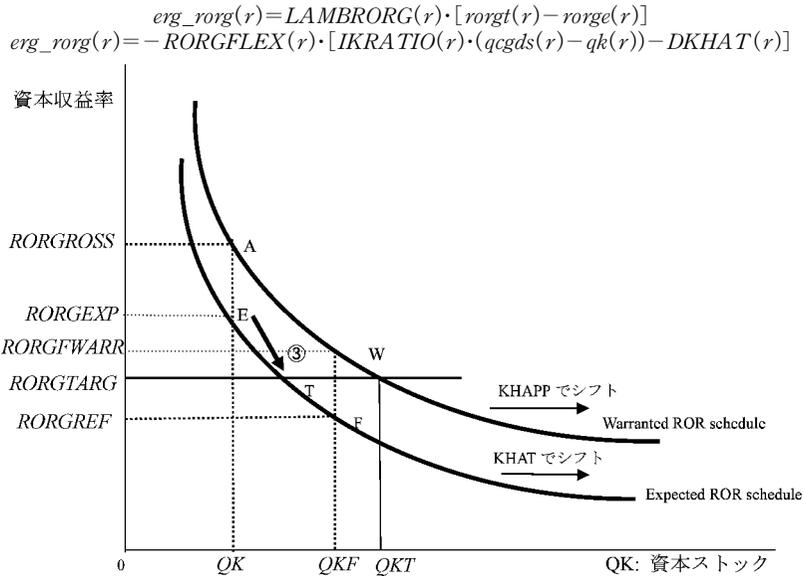
実際の資本ストック成長率の大小の結果、期待資本収益率が下方あるいは上方に変化する動きを示す(図中矢印①の動き)。右辺第 2 項目は期待形成誤差の調整であるから、図 12 のように実現した資本収益率が期待資本収益率を上回った場合は期待資本収益率スケジュールが上方にシフトし保証資本収益率スケジュールに接近する動きを表わす(図中、矢印②の動き)。期待資本収益率スケジュールの右方シフトのスピードは正常成長率 ($KHAT$) であり、更に正常成長率は各期、(142) 式により変化することになる。この正常成長率の変化は、保証資本収益率スケジュールが顕在的正常成長率 ($KHAPP$) で右方にシフトすることによって引き起こされるのである。

(132) 式は期待資本収益率が世界共通の資本収益率をベースとした地域毎の目標資本収益率 ($rorgt(r)$) に収斂するための資本収益率の期待 (必要) 成長率 ($erg_rorg(r)$) を表わすが、これは図 13 で期待資本収益率スケジュール上での動き、すなわち図上の矢印③の動きである²⁶⁾。

(129) 式は (132) 式で決まる資本収益率の期待 (必要) 成長率を実現するために必要な地域別設備投資額 ($qcgds(r)$) を決めることになる。更に、このようにして決定された地域別設備投

26) ただし、期待資本収益率スケジュール自体が正常成長率で右方にシフトしていること、更にその正常成長率も各期顕在的正常成長率との誤差の調整するように改定されていくことに注意する必要がある。すなわち、図 13 の矢印③で示される動きは、固定した期待資本収益率スケジュール上での動きではない点に注意。

図 13 期待資本収益率の調整メカニズムと設備投資の決定(2)



注：図中、 QKT は保証資本収益率スケジュール上の目標資本収益率に対応する「目標資本ストック」である。
 出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 3 および Figure 4 を参考に、筆者が作成

資額が (90) 式に従い地域別の資本ストックを決定していくことになる。

以上のように、設備投資決定モジュールは 6 本の方程式体系からなる GTAP-Dyn モデルの中のサブ・モジュールであり、設備投資額 $qcgds(r)$ 、資本収益率の期待成長率 $erg_rorg(r)$ 、期待資本収益率 $rorge(r)$ 、目標資本収益率 $rorgt(r)$ 、地域目標資本収益率の変化 $DRORT(r)$ および資本ストックの正常成長率の変化 $DKHAT(r)$ の 6 つの変数が内生変数としてこのサブ・モジュール内で決定されることになる²⁷⁾。一方、目標資本収益率水準 $RORTARG(r)$ は基準時点データベースで与えられ、また地域別目標資本収益率のシフト $SDRORT(r)$ はクロージャーである。なお、現実の資本ストックの成長率 $qk(r)$ 、および実現した資本収益率 $rorga(r)$ は同モジュールのなかで決定される内生変数ではなく、GTAP-Dyn モデル全体のシミュレーションの中で決定される係数 (coefficient) となっている²⁸⁾。

投資家が適応的期待形成メカニズムを使い設備投資を決定していくプロセスを例によって見てみよう。当初、現実の資本収益率、期待資本収益率および目標資本収益率の 3 つの資本収益率が

27) 世界共通の目標資本収益率の変化 $SDRORTW$ は、地域別資本収益率の均衡条件 (124) 式により、 $DRORT(r)$ と同時に決定されることになる。

28) 設備投資決定モジュールでは、例えば (138) 式で、実現した資本収益率 $rorga(r)$ は期待資本収益率 $rorge(r)$ に影響を与える変数として組み込まれていないこと、また設備投資額は資本ストックの変化を決定する変数としては組み込まれていない。

一致していたと仮定する。したがって、期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュールは一致し、両者は資本ストックの正常成長率 ($KHAT = KHAPP$) で右方にシフトしていたことになる。ここで、ある期において当該地域の経済に正の生産性上昇ショックが発生し、実現した資本収益率が期待資本収益率を上回ったとする。この場合、保証資本収益率スケジュールは上方にシフトし、期待資本収益率スケジュールの右側に位置することになる。実現した資本収益率の上昇は (142) 式により資本ストックの正常成長率 ($KHAT$) の上方改定を要求することになり、期待資本収益率スケジュールの右方シフトのスピード・アップ、および当該期において (129) 式に従った設備投資の増加を引き起こすことになる。同時に、(132) 式で期待形成誤差の調整による期待資本収益率の上方改定を生じさせ、更に (138) 式により資本収益率の期待成長率 ($erg_rorg(r)$) の低下を要請することになる。この資本収益率の期待成長率の低下は、(129) 式により期待資本収益率スケジュール上での設備投資額の拡大 $qcgds(r)$ をもたらすことになる。

8.5 国際資本移動における長期均衡

GTAP-Dyn モデルでは、様々な経済的ショックの発生により均衡から乖離した資本市場で、短期では期待形成誤差の発生等の事情により、世界共通の資本収益率を基準とした完全な国際資本移動が実現せず、地域間で地域別リスクプレミアムの存在を考慮した後も資本収益率の乖離が発生することを認める。しかし、適応的期待形成メカニズム的作用により、期待形成誤差は中期的に漸次改定されていき、長期においては各地域で期待資本収益率は実現した資本収益率と一致し、かつそれらは目標資本収益率とも一致する長期均衡状況が実現すると想定されている。

この長期均衡においては、期待資本収益率、実現資本収益率、目標資本収益率ともに変化しない定常均衡状態が実現する。また、資本ストックの正常成長率も変化せず。かつその水準はゼロとなるとされている。すなわち、長期均衡においては各地域において次の諸式が実現する。

・ 資本収益率水準の均等化

$$RORGEXP(r) = RORGTARG(r) = RORGROSS(r), \quad \forall r \quad (143)$$

・ 均衡資本収益率水準の実現：資本収益率水準は均衡水準から変化しない

$$\Delta RORGEXP(r) = \Delta RORGTARG(r) = \Delta RORGROSS(r) = 0, \quad \forall r \quad (144)$$

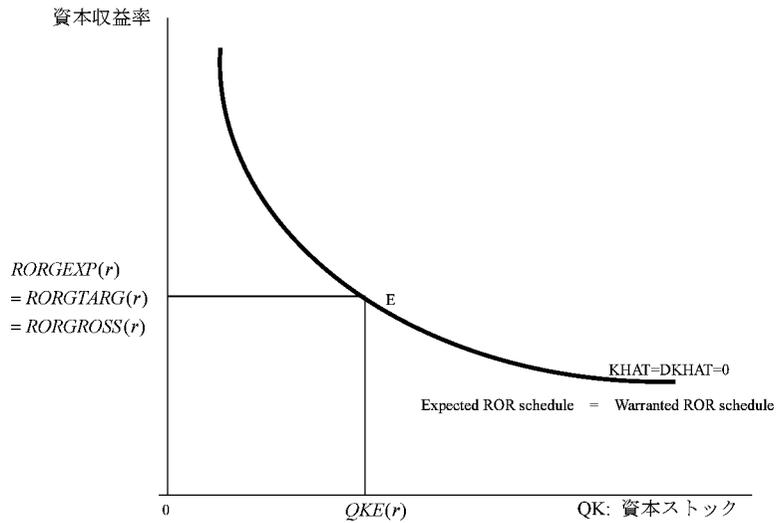
・ 均衡資本ストックの実現：正常成長率は変化せず、ゼロとなる

$$KHAT(r) = 0, \quad DKHAT(r) = 0, \quad \forall r \quad (145)$$

図 14 は地域 r において資本市場が長期均衡にある状況を表わしている。均衡資本ストック $QKE(r)$ のもとで、実現した資本収益率は期待資本収益率と一致し、かつそれらは地域別のリスクプレミアムを考慮した目標資本収益率と一致している。資本ストックは定常均衡状態にあるため正常成長率 $KHAT(r)$ はゼロの値で変化しない。したがって、期待資本収益率スケジュールと保証資本収益率スケジュールは一致している。

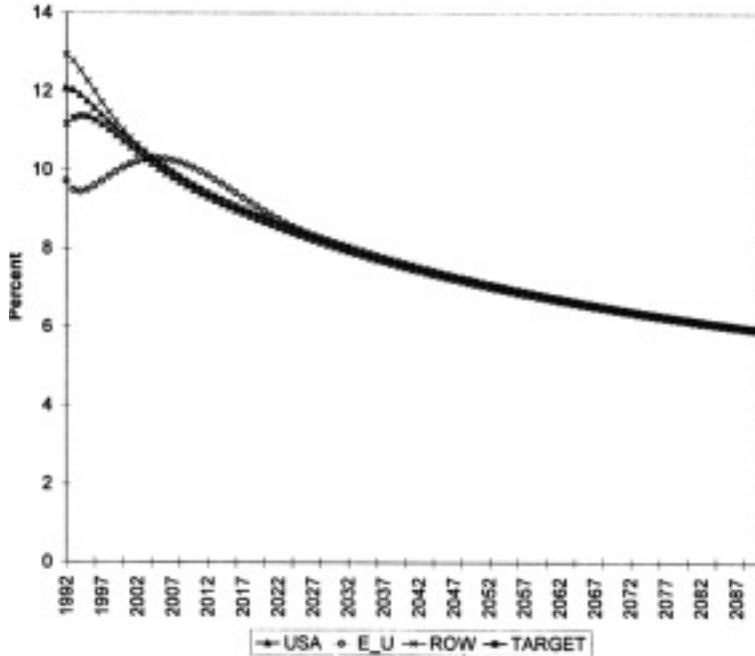
Ianchovichina (1998) は GTAP-Dyn モデルを使い、短期的には不均衡状態にある地域別資本市場が適応的期待形成メカニズムを通じて時間の経過とともに長期均衡に収斂していく状況を

図 14 地域別資本市場の長期均衡



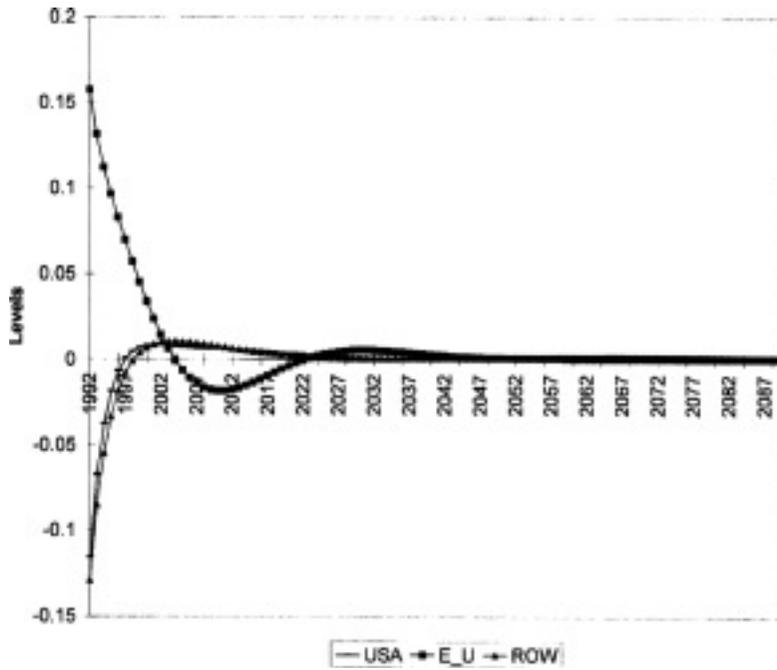
注： $QKE(r)$ は長期均衡における均衡資本ストック
 出所：筆者が作成

図 15 長期均衡：実現資本収益率の目標資本収益率への収斂



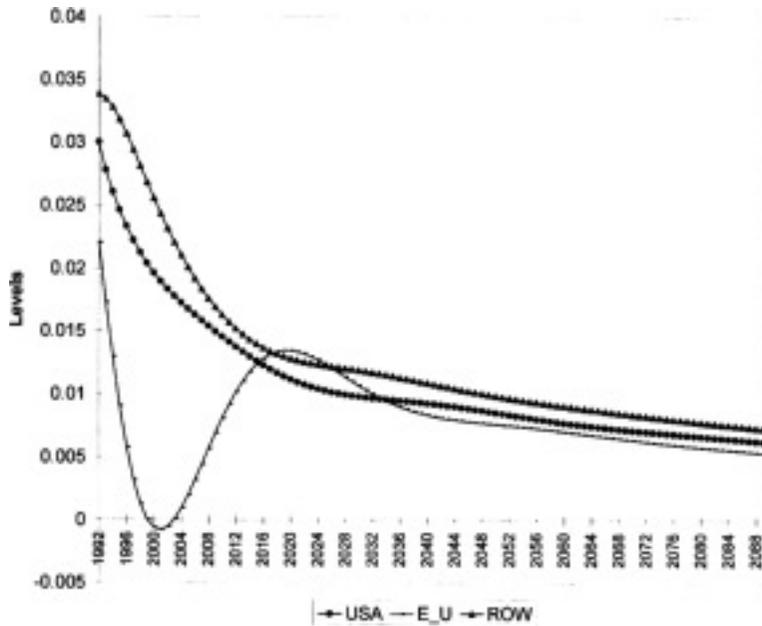
注： TARGET = 目標資本収益率, ROW = その他世界
 出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 5

図16 長期均衡：実現資本収益率の期待資本収益率からの乖離



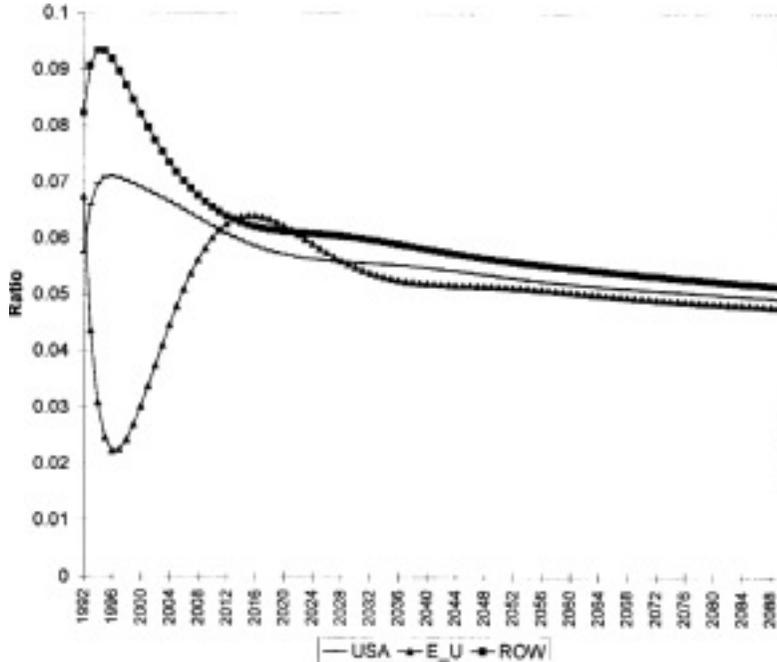
出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 6

図17 長期均衡：資本ストックの正常成長率 (KHAT(r)) の変化



出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 7

図 18 長期均衡：粗投資・資本ストック比率の変化



出所：Ianchovichina and McDougall (2001), Figure 8

シミュレーションシググラフで表わしている（図 15，図 16，図 17，図 18 参照）。地域をアメリカ合衆国（USA），ヨーロッパ連合（EU），その他世界（ROW）の 3 地域に分割し，基準年データとして 1992 年のデータを用いている。なお，シミュレーションでは簡単化のため，地域別リスクプレミアムは存在しないと仮定している。すなわち，地域別の目標粗資本収益率は同一であると仮定している。

図 15 は地域別の実現した資本収益率（ $RORGROSS(r)$ ）の目標資本収益率（ $RORTARG(r)$ ）への収斂過程を表わしている。図 16 は，実現した資本収益率の期待資本収益率からの乖離（ $ERRRORG(r) \equiv \log \frac{RORGEXP(r)}{RORGROSS(r)}$ ）が時間の経過とともに縮小していく状況を示している。図 17 は資本ストックの正常成長率（ $KHAT(r)$ ）がゼロに収斂していく様子を示している。図 18 は，長期均衡では資本ストックが均衡水準に達し，その水準から変化しないため設備投資は減価償却額相当水準となり，粗投資・資本ストック比率（ $IKRATIO(r) \equiv \frac{QCGDS(r)}{QK(r)}$ ）は一定値に収斂していく状況を表わしている。

これらの図のいずれにおいてもデータベース年である 1992 年では，資本市場は不均衡状態であったことが読みとれる。まず，図 15 から実現した資本収益率は USA およびその他世界（ROW）で目標資本収益率を上回り，EU では逆に目標資本収益率を下回っている。図 16 から期待資本収益率と実現資本収益率との乖離は，USA および ROW では期待資本収益率が実現資本収益率を下回り，EU では前者が後者を上回っている。資本ストックの正常成長率

(KHAT) は ROW および USA が EU に比べ相対的に高くなっている (図 17)。また、粗投資・資本ストック比率は ROW が USA および EU に比べ相対的に高くなっている (図 18)。

基準年においては、図 16 にみられるように期待資本収益率と実現資本収益率が相違していたため、期待資本収益率が下回った USA および ROW では (132) 式により期待収益率の上方改定を行い、その結果 (138) 式および (129) 式により同地域における設備投資の増加とそれに伴う資本収益率の期待成長率の低下が進行する。一方、期待資本収益率が実現資本収益率を上回った EU では、期待収益率の下方改定がなされ、同地域における設備投資の減少とそれに伴う資本収益率の期待成長率の上昇が進行する。各地域における期待形成誤差の改定プロセスは期待資本収益率と実現資本収益率の相違が存続する限り継続されるが、図 16 から USA および ROW では基準年から 10 年後の 2002 年頃に期待形成誤差は相当程度解消し、その後漸次縮小し 2030 年頃にはほぼ消滅しているように見受けられる。同じ時期に、同地域では実現資本収益率も目標資本収益率に近接している (図 15)。一方、EU ではプラスの期待形成誤差 (期待収益率 > 実現収益率) は急速に解消に向かうが、2007 年頃にオーバーシュートし期待収益率が実現収益率を下回り、その状況が 2030 年頃まで続く。同様に実現収益率も 2007 年頃に目標収益率を上回るようになり、期待収益率の上方改定プロセスが 2030 年ごろまで続くことが見て取れる。

なお、期待形成誤差の解消が比較的スムーズに進行する USA および ROW においても、期待形成改定作業は単調なプロセスでなく、基準年から 10 年後の 2002 年にはオーバーシュートし、期待収益率が実現収益率をわずかではあるが上回っていることに注意する必要がある。図 17 をみると、2002 年前後では USA, ROW とともに資本ストックの正常成長率は 2% 前後の値であり設備投資は拡大過程にあり、2002 年時点では両地域はいまだ長期均衡状態に達していないことを示している。期待収益率の実現収益率への調整ならびに目標収益率への収斂プロセスのなかで、正常成長率は低下していくが ($DKHAT < 0$)、正常成長率がゼロとなる長期均衡状態への到達、すなわち (145) 式の成立には比較的長期間を要すると見てとれる。同様に、粗投資・資本ストック比率も 2002 年前後では、各地域ともいまだ変化している状況であり、それらが一定値に収斂するには比較的長期を要することが図 18 から読み取れる。

参考文献

- Brockmeier, Martina, 2001. "A graphical exposition of the GTAP Model," GTAP Technical Paper No. 8, Center for Global Trade Analysis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.
- Dixon, Peter, and Brian Parmenter, 1996. "Computable general equilibrium modeling for policy analysis and forecasting," Chapter 1 in *H. M. Amman, D. A. Kendrick and J. Rust eds. Handbook of Computational Economics* vol. 1, Elsevier Science B. V.
- Dixon, Peter and Mauren Rimmer, 2002. *Dynamic General Equilibrium Modeling for Forecasting and Policy*; Contributions to Economic Analysis 256, North-Holland Publishing Company.
- Hanoch, Giora, 1975. "Production and demand models in direct and indirect implicit additivity," *Econometrica* 43: 395-419.
- Harrison, W. J., and K. R. Pearson, 1994. "Computing solutions for large general equilibrium models using GEMPACK," Impact Project Working paper No. IP-64.
- Huff, Karen M. and Thomas W. Hertel, 2000. "Decomposing welfare change in GTAP model," Center for Global Trade Analysis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.

- Hertel, Thomas W. and Marinos F. Tsigas, 1997. "Structure of GTAP," in *Thomas W. Hertel ed. Global Trade Analysis*, Cambridge University Press.
- Hertel, T. W., E. B. Peterson, P. V. Preckel, Y. Surry, and M. E. Tsigas, 1991. "Implicit additivity as a strategy for restricting the parameter space in CGE models," *Economic and Financial Computing* 1(1): 265-289.
- Ianchovichina, Elena, 1998. "International capital linkages: Theory and application in a dynamic computable general equilibrium model," Ph.D. thesis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.
- Ianchovichina, Elena and Robert McDougall, 2001. "Theoretical structure of Dynamic GRAP," GTAP Technical Paper No. 17, Center for Global Trade Analysis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.
- Johansen, Leif, 1960. *A Multisectoral Study of Economic Growth*, Amsterdam: North-Holland.
- Kapur, J. N. and H. K. Kesavan, 1992. *Entropy Optimization Principles with Applications*, New York: Academic Press.
- McDougall, Robert, 2001. "A new household demand system in GTAP," GTAP Technical Paper No. 20, Center for Global Trade Analysis, Department of Agricultural Economics, Purdue University.
- Pearson, Ken. R., 1991. "Solving nonlinear economic models accurately via a linear representation," Impact Project Working Paper No. IP-55.
- Scarf, Herbert E., 1967. "The approximation of fixed points of a continuous mapping," *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 15(5): 328-343.
- Scarf, Herbert E., 1973. *The Computation of economic equilibria*, New Haven: Yale University Press.
- Shoven, John B. and John Whalley, 1992. *Applying General Equilibrium*," New York: Cambridge University Press.
- 川崎研一 (1999), 「応用一般均衡モデルの基礎と応用」日本評論社