

タイトル	ローレンツ曲線の形成
著者	木村, 和範
引用	季刊北海学園大学経済論集, 51(3・4): 59-98
発行日	2004-03-31

## 《論説》

## ローレンツ曲線の形成

木 村 和 範

はじめに

1. ローレンツ曲線の特性と先行研究の概要
  - (1) ローレンツ曲線の特性
  - (2) 先行研究の概要
2. ローレンツの先行研究(1)
  - (1) ジョージ・J. ゴッシェン (イギリス王立統計協会)
  - (2) リチャード・T. エリー (アメリカ・ウィスコンシン大学)
  - (3) ユリウス・ヴォルフ (スイス・チューリヒ大学)
  - (4) A. セートビア (ドイツ [プロイセン])
  - (5) ジョージ・K. ホームズ (アメリカ・マサチューセッツ州労働統計局)
  - (6) トーマス・S. アダムズとヘレン・L. サマー (いずれもアメリカ・ウィスコンシン大学)
3. ローレンツの先行研究(2)
  - (1) パレートの所得分布研究
  - (2) ローレンツによるパレート批判

むすび

## はじめに

所得分布研究のための統計的手法は次のように2つに大別されるのが一般的である。すなわち、通説的な理解<sup>(1)</sup>によれば、その第1は「所得の大きさ」と所得者の員数との間の函数的な関係を、一般化して一つの法則を確

立しようとする試み」である。所得分布を数理モデルで表現しようとしたパレート法則は、この試みの嚆矢であり、また、その代表格でもある。所得分布研究のための第2の手法は、「所得分布の不平等度を測る単一の尺度を見出そうとする試み」である。この数値尺度として著名なものの筆頭に挙げられるべきは、イタリアの統計学者コッラド・ジーニの名にちなんで命名された係数(ジーニ係数)であろう<sup>(2)</sup>。

ローレンツ曲線による所得分布の研究はこの2つのいずれにも属さない。なぜならば、それは、第1に、パレート法則によるようなモデル分析ではないからである。また、第2には、ローレンツ曲線はグラフによって所得分布を総体として記述的に表現しており、単一の数値尺度——統計学的な表現によれば単

(2) 初めて「ジーニ係数」が定式化されたのは次の文献においてである。Gini, Corrado, "Sulla misura della concentrazione e delle variabilità dei caratteri," *Atti del Reale Istituto di Scienze, Lettere ed Arti*, Tomo LXXIII, Parte II, 1913-14. この有名な係数は、「(ジーニ) 集中比」とか「(ジーニ) 集中係数」とも言われている。国民生活が一向に改善されることなく、沈滞が長引くなかで、「ジーニ係数」は所得の不平等性の深まりを計測するための指標として、近年、注目されるようになってきたことは、改めて指摘するまでもない。たとえば、橋木俊詔『日本の経済格差——所得と資産から考える——』岩波新書 1998年を参照。

(1) 汐見三郎「分配均等度の測定」中山伊知郎編『統計学辞典(増補版)』東洋経済新報社 1957年 p.644。

一の誘導統計値——の導出・計算を目的とするものではないからである。このように考えるとき、ローレンツ曲線による所得分布研究は、上述の2つの手法とは別の第3の手法と見るべきであろう<sup>(3)</sup>。

それでは、このようなローレンツ曲線によるグラフ分析法は、今日ではどのように取り上げられているのであろうか。ローレンツ曲線は、所得分布(分配)の不平等性を視覚に訴えて表現する。このために、それが初めてアメリカ統計学会の機関誌に公表された

(3) マックス・O. ローレンツ (1880年~1962年) は、1894年にわずか14歳でアイオワ大学 (Univ. of Iowa) を卒業し、1906年にウィスコンシン大学でPh.D.を取得した(学位論文のタイトルは“Economic Theory of Railroad Rates”である)。あの有名な曲線を、「ローレンツ曲線」と命名したのは、本稿で取り上げられているリチャード・T. エリーの共同研究者でもあったウィルフォード・I. キング (Willford Isbell King) と言われている。ローレンツは、Ph.D. 取得後、ワシントンの州際通商委員会 (Interstate Commerce Commission in Washington) に勤務し、1936年に同委員会の主任統計官 (Chief Statistician) に就任した (Whiteman, Charles H., “The University of Iowa,” in : *Economic Department Newsletter of the University of Iowa*, Sept. 17, 1999 [http://www.biz.uiowa.edu/econ/Outreach/newsletter3.pdf, accessed on Nov. 17, 2003])。その前後の職歴は明確ではないが、ローレンツは少なくとも1905年~1915年にはウィスコンシン州労働・産業統計局 (Bureau of Labor and Industrial Statistics, State of Wisconsin) に勤務している。その時期にはアメリカ労働法制協会 (American Association for Labor Legislation) [第1回総会は1906年2月15日開催] の通信員としても精力的に執筆活動に携わっていたことが、記録として残っている (“Guide to the American Association For Labor Legislation Records, 1905-1943 (Collection Number : 5001),” [HP of Kheel Center for Labor Management Documentation and Archives, Cornell University Library, http://rmc.library.cornell.edu/EAD/htmldocs/KCL05001.html, accessed on Nov. 20, 2003])。

1905年<sup>(4)</sup>以降、所得分布(と累積世帯数)を時間的・場所的に比較する目的で活用されてきた。しかし、最近では、そのような現実分析の手法としてというよりはむしろ、ローレンツ曲線と所得均等直線で作られる図形の面積( $\lambda$ )を2倍したものが、ジーニ係数( $G$ )に等しい( $G=2\lambda$ )という数学的性質を利用してジーニ係数を視覚的に説明するための用具としてローレンツ曲線が用いられることが多い<sup>(5)</sup>。また、2本のローレンツ曲線が交差する場合においても、ジーニ係数によれば2つの所得分布にかんする時間的・場所的比較を数値によって明証的になしうるために、あえてローレンツ曲線を描くまでもないと考えられることも少なくない。そして、ローレンツ曲線による所得分布研究は、ジーニ係数が登場する前段の試みとして、言わば序論的好題目としてのみ言及されることもある。

しかしながら、所得分布にかんする研究の理論史では、ローレンツ曲線で表現される所得分布の不平等性を「社会厚生関数」によって理論的に解明しようとする試みがアトキンソンによってなされている<sup>(6)</sup>。そして、その研究にもとづいて彼はアトキンソン係数<sup>(7)</sup>と命名された尺度を構想した。

(4) Lorenz, Max O., “Methods of Measuring the Concentration of Wealth,” *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905.

(5) 数学的には $G=2\lambda$ と表現することは可能である。しかし、 $G=\frac{\lambda}{\frac{1}{2}}$ とすれば、 $G$ と $\lambda$ の関係はいっそう明確になるであろう(木村和範『数量的経済分析の基礎理論』[現代経済政策シリーズ11] 日本経済評論社 2003年 p.92以下)。

(6) Atkinson, Anthony B., “On the Measurement of Inequality,” *Journal of Economics*, Vol. 2, 1970. Cf. 高山憲之「富の所得と分布」『経済学大辞典(第2版)』第1巻, 東洋経済新報社 1980年 とくに p.472以下。

(7) アトキンソン係数にかんする最近の研究としては以下の文献がある。たとえば、①芳賀寛「所得分布不平等尺度の現代的形態——アトキン

さらにまた、インドの統計学者 P. C. マハラノビスは「等区分グラフ分析法 (fractile graphical analysis)」を応用して、ローレンツ曲線を 2 変量 (たとえば家計における消費支出総額と穀類消費支出額) に拡張した<sup>(8)</sup>。現在では、「等区分グラフ分析法」は、特筆すべき彼の業績として評価されている<sup>(9)</sup>。

ローレンツ曲線の適用領域を拡充する試みはそれにとどまらない。たとえば、在庫管理にジェネラル・エレクトリック社の H. フォード・ディッキーが考案した ABC 分析のためのグラフ<sup>(10)</sup>や工業製品の品質管理

(QC) 分野における J. M. ジュランの「パレート図」<sup>(11)</sup>はローレンツ曲線のバリエーションと見ることができる。

以上に述べたように、ローレンツ曲線は、アトキンソンの研究を誘発しただけでなく、所得分布研究以外の分野でも研究を進展させ、新たなグラフ分析法を生み出している。本稿では、そのようなローレンツ曲線がどのようにして形成されたかについて、ローレンツの先行研究と関連づけて考察することを目的とする。

ローレンツは、ゴッシェン (イギリス王立統計協会会長)、エリー (アメリカ・ウィスコンシン大学)、ヴォルフ (スイス・チューリヒ大学)、セートビア (ドイツ [プロイセン]), ホームズ (アメリカ・マサチューセッツ州労働統計局)、アダムズとサマー (いずれもアメリカ・ウィスコンシン大学)、パレート (スイス・ローザンヌ大学) の業績を検討して、あの曲線を構想するにいたった。そして、彼は、1905 年論文のなかでその曲

“Geschichte der ABC-Analyse,” und “Sinn & Zweck der ABC-Analyse,” (<http://www.abc-analyse.info/abc>, accessed on Nov. 20, 2003) 参照。

- (11) ① Juran, J. M., *Quality Control Handbook*, New York 1951 (東洋レーヨン株式会社訳 [石川馨・神尾沖蔵・水野滋監修] 『経営革新のための品質管理 (品質管理ハンドブック I)』日科技連 1966 年 p.54 以下参照。ただし、翻訳は原著第 2 版 [1962 年刊] による。) なお、② Juran, J. M., *Managerial Breakthrough: A New Concept of the Manager's Job*, New York 1964 (日本化薬株式会社訳 [石川馨監修] 『現状打破の経営哲学 新時代の管理者像』日科技連出版社 1969 年 第 4 章「パレートの原理」); ③ 石原勝吉・五影勲・細谷克也『図表とグラフ』日科技連出版社 1974 年, p.80; ④ 鐵健司『品質管理のための統計的方法入門』日科技連出版社 1977 年, p.22; ⑤ 牧野都治「不平等度の計測」森村英典・牧野都治・真壁肇・杉山高一編『統計・OR 活用事典』東京書籍 1984 年 p.326; ⑥ 牧野都治『格差・パレート図・ABC 分析』日本評論社 1984 年も参照。

ソン尺度について—』『統計学』第 56 号 1989 年 (同『経済分析と統計利用——産業連関論および所得分布論の適用をめぐる——』梓出版社 1995 年, 第 5 章に収録); ② 山口秋義「所得不平等尺度に関する一考察」『経営経済論集』(九州国際大学) 第 1 巻第 1 号 1994 年; ③ 同「所得不平等尺度の分解について」『経営経済論集』(九州国際大学) 第 2 巻第 1 号 1995 年; ④ 芳賀寛「所得分布研究の再検討——アトキンソン尺度以前の段階について——」『経済論集』(北海学園大学) 第 43 巻第 2 号 1995 年; ⑤ 同「社会厚生関数を媒介とする所得分布論の展開——不平等尺度の数理的分解に関連して——」『経済論集』(北海学園大学) 第 43 巻第 3 号 (故渡辺昭夫教授追悼号) 1995 年; ⑥ 芳賀寛・山口秋義「分配の指標」『統計学』第 69・70 号合併号 (『社会科学としての統計学第 3 集』) 1996 年 第 8 章などの他、高山、前掲「富の所得と分布」や上記⑥に掲げられた引用文献参照。

- (8) ① Mahalanobis, Prasanta Chandra, “A Method of Fractile Graphical Analysis with some Surmises of Results,” *Transactions of the Bose Research Institute*, Vol. 22, 1958; ② ditto, “A Method of Fractile Graphical Analysis,” *Econometrica*, Vol. 22, 1960. これについては、木村和範「等区分グラフ分析法とその応用——マハラノビスによるローレンツ曲線の多重化」『経済論集』(北海学園大学) 第 51 巻第 2 号, 2003 年参照。  
 (9) Rao, C. Radhakrishna, “Mahalanobis, P.C.,” *International Encyclopedia of Statistics*, Vol. 1, New York and London 1968, p. 574.  
 (10) ABC 分析と H. Ford Dickie については、

線の有効性を主張した。そこで、本稿では、上にその名を掲げた論者の所説を取り上げ、それらにたいするローレンツの見解について紹介する。そして、ローレンツ曲線とその先行研究との関係を明らかにしたい。

### 1. ローレンツ曲線の特性と先行研究の概要

#### (1) ローレンツ曲線の特性

よく知られているようにローレンツ曲線は図 1 で示される。以下でローレンツによる諸家の見解にたいする批判的検討を考察するに先立って、あらかじめ、この曲線の特性について述べておく<sup>(12)</sup>。

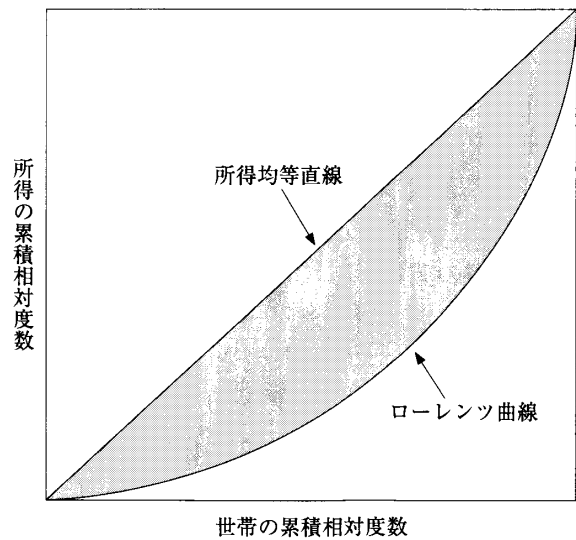


図 1 ローレンツ曲線

#### ① 所得階級別の人数・所得額の変化があたえる影響

(i) 所得階級別の所得額は不変であるが、どの階級でも人数が等しく  $r$  倍に変化する場合。

この場合にローレンツ曲線がどのよ

うに変化するかを考えるために、表 1 (a)を用いることにする。

所得階級別の所得額  $f_i$  が、どの階級についても不変であるとすれば、所得の累積相対度数もまた不変である。このとき、階級別の人数だけがすべて

表 1(a) ローレンツ曲線のデータ (その 1)

所得階級	基準時点				比較時点*		
	人数	所得	人数の相対度数	人数の累積相対度数 (1)	人数	人数の相対度数	人数の累積相対度数 (2)
1	$N_1$	$f_1$	$N_1/N$	$N_1/N$	$rN_1$	$rN_1/rN = N_1/N$	$N_1/N$
2	$N_2$	$f_2$	$N_2/N$	$(N_1/N) + (N_2/N)$	$rN_2$	$rN_2/rN = N_2/N$	$(N_1/N) + (N_2/N)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$N_i$	$f_i$	$N_i/N$	$(N_1/N) + \dots + (N_i/N)$	$rN_i$	$rN_i/rN = N_i/N$	$(N_1/N) + \dots + (N_i/N)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$N_n$	$f_n$	$N_n/N$	$(N_1/N) + \dots + (N_n/N) = 1$	$rN_n$	$rN_n/rN = N_n/N$	$(N_1/N) + \dots + (N_n/N) = 1$
合計	$N$	$F$	1		$rN$	1	

\*  $0 < r < 1$  のときは人数の減少、 $r > 1$  のときは人数の増加を意味するが、いずれの場合でも (すなわち  $r > 0$  のとき)、この表は妥当する。

(12) 以下の叙述では、高山、前掲「富と所得の分布」 p.470 以下を参照したが、そこで指摘され

た特性を適宜、統合したり、それに追加したりした。

の階級で一律に  $r$  倍増加した ( $N_i \rightarrow rN_i$ ) としても、表 1(a)の(1)欄と(2)欄を比較すれば明らかなように、人数の累積相対度数に変化はないことが分る。すなわち、このような場合には、所得についても人数についてもその累積相対度数は不変である。したがって、ローレンツ曲線は基準時点と比較時点が変わることがなく、同一の曲線となる<sup>(13)</sup>。

- (ii) 所得階級別の人数は不変であるが、どの階級でも所得額が等しく  $k$  倍に変化する場合。

(i)と同じことは、所得階級別の人数は不変であるが、階級別の所得額が、どの階級も一律に  $k$  倍だけ増加したときにも妥当する。表 1(b)から明らかなように、所得額の累積相対度数は、

基準時点と比較時点とでは同一だからである ((1)欄, (2)欄参照)。

ローレンツ曲線のこのような特性について、高山憲之は「すべての構成員の所得が一律に  $a$  倍になっても不平等度は変化しない。いわばパイの切り方だけが問題で、パイそのものの大きさは問わない。これは貧しきを憂えず、等しからざるを憂うという社会の判断である。」と述べている<sup>(14)</sup>。これは、ローレンツ曲線が、(累積)相対度数を用いた不平等度の測定を企図したのだからである<sup>(15)</sup>。

## ② 匿名性

ローレンツ曲線の特性として高山憲之は以下のことも指摘している。ローレンツ曲線では、特定の個人の所得や特定の個人間の所得

表 1(b) ローレンツ曲線のデータ (その 2)

所得階級	基準時点				比較時点*		
	人数	所得	所得の相対度数	所得の累積相対度数 (1)'	所得	所得の相対度数	所得の累積相対度数 (2)'
1	$N_1$	$F_1$	$F_1/F$	$F_1/F$	$kF_1$	$kF_1/kF = F_1/F$	$F_1/F$
2	$N_2$	$F_2$	$F_2/F$	$(F_1/F)+(F_2/F)$	$kF_2$	$kF_2/kF = F_2/F$	$(F_1/F)+(F_2/F)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$N_i$	$F_i$	$F_i/F$	$(F_1/F)+\dots+(F_i/F)$	$kF_i$	$kF_i/kF = F_i/F$	$(F_1/F)+\dots+(F_i/F)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$N_n$	$F_n$	$F_n/F$	$(F_1/F)+\dots+(F_n/F)=1$	$kF_n$	$kF_n/kF = F_n/F$	$(F_1/F)+\dots+(F_n/F)=1$
合計	$N$	$F$	1		$kF$	1	

\*  $0 < k < 1$  のときは所得の減少,  $k > 1$  のときは所得の増加を意味するが、いずれの場合でも (すなわち  $k > 0$  のとき)、この表は妥当する。

(13) ① Dasgupta, Partha, Sen, Amartya, and Starrett, David, "Notes on the Measurement of Inequality," *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, 1973, p. 184; ② 豊田敬「所得分布の不平等度：不平等度の比較と尺度」『国民経済』第 134 号 1975 年。

(14) 高山, 前掲「富と所得の分布」 p.470。

(15) このことについて、高山は、引用文に続けて、次のように書いている。「この特性は、ローレンツ曲線による判定が測定単位に依存しないという意味にも解釈できる」(高山, 同上箇所)。

格差は問題とされない。そこでは、「パイの切り方が同じでさえあれば、だれがどの部分を受け取ろうとそれは考慮しない……」。この特性を高山は「匿名性」と名づけ、「ある特定の個人がつねにもっとも小さなパイを受け取っているということは重大な経済問題である。ローレンツ曲線による判定はこの問題を対象としていない。」と指摘している<sup>(16)</sup>。

### ③ ローレンツ曲線の交差

ローレンツ曲線で所得分布の時間的・場所的な比較を行おうとするとき、2本あるいはそれ以上の曲線が交差することがある。この場合には、比較が困難である。この悩ましい特性については、ローレンツはすでに1905年論文を執筆したときに気づいていたが、ローレンツ曲線の特性ないし難点としてしばしば指摘されている<sup>(17)</sup>。

### ④ ローレンツ曲線とジーニ係数

すでに述べたように、ジーニ係数  $G$  は、ローレンツ曲線と所得均等直線で囲まれた領域の面積 ( $\lambda$ ) の2倍に等しい ( $G=2\lambda$ )。言い尽くされていることであるが、そうであればこそ、これもまた、ローレンツ曲線の特

性として、ここでは、あえて指摘しておく。

## (2) 先行研究の概要

今日、一般的に見られるローレンツ曲線は、すでに図1に示したとおりである。しかし、1905年のローレンツ論文のグラフでは、横軸に所得の累積相対度数が、また、縦軸に人員の累積相対度数が表示されていて、図1とは逆に上に凸となっている(後掲の図6と図7参照)。この違いを別とすれば、いずれの様式のグラフにおいても、ローレンツ曲線の形状については次のような2つの特徴が確認できる。第1の特徴は、所得階級を媒介として所得と人員(世帯)とが対応しているということである。ローレンツ曲線のこの特徴は、ゴッシェン、エリー、ヴォルフ、セートビア、ホームズ、アダムズとサマーの見解を検討することから生まれた。

ローレンツ曲線の第2の形状の特徴は、横軸の数値と縦軸の数値(累積相対度数)がいずれも対数変換されていないということである。この特徴は、「パレート法則」の批判的検討の帰結であると考えられる。

本稿では、これらの特徴をもつローレンツ曲線の構想を生み出した先行研究を取り上げて考察する。それに先だって、以上のような2つの形状の特徴をもつグラフ分析法を構想したローレンツに先行する論者を、ローレンツが1905年論文で取り上げた論者に限って、あらかじめ論点ごとに整理しておきたい。

図2には、ローレンツの1905年論文で言及されている論者の名前を記載した。(1)欄はローレンツと同一基調にある直接先行者である。

(2)欄~(4)欄の論者は、(3)欄のボーレー、アダムズ=サマーを除いて、ローレンツが1905年論文で批判した先行研究者である。すなわち、(2)欄には、所得階級別に所得分布を研究した論者を入れた。(3)欄には、相加平均やメディアンなどの単一の誘導統計値に

(16) 高山、同上。

(17) 「ローレンツ曲線が……点  $M(a, b)$  で交差しているとしよう。判定基準  $R_L$  にしたがうと、 $M$  点以下の所得階層については分布  $y^A$  のほうが  $y^B$  より不平等であり、 $M$  点以上の所得階層については分布  $y^B$  のほうが  $y^A$  より不平等である。このような場合、低所得階層における不平等と高所得階層における不平等とをそれぞれのように評価するかによって、分布全体としての不平等が左右されることになる。すなわち、ローレンツ曲線が交差する場合には、一意的 unique に不平等の順位を確定できない。つまり、比較基準  $R_L$  ですべての分布を順序づけるわけにはいかなくなる。この意味においてローレンツ曲線による判定は半順序 partial ordering しか与えない。」(高山、前掲論文、p.471。強調は高山。)

研究方法	ローレンツ1905年論文の関係者
(1)所得と人員の累積相対度数による分析	スパー(1896年) メイヨー・スミス(1899年) エリー(1903年) ローレンツ(1905年) ←
(2)所得階級別の分析	ゴッシェン(1888年) ヴォルフ(1892年) セートビア(1889年) -----
(3)単一指標による分析	ホームズ(1892-93年) ----- ボーレー(1901年) アダムズとサマー(1905年)
(4)分布モデルによる分析	パレート(1896-97年)

図2 ローレンツ曲線の関連研究者

注記：本稿で言及した論者に限定した。( )内の年は関連論文の刊行年。

よって所得分布を研究した論者を記入した。そのうち、セートビアだけは上記2つの方法を併用したので、欄央に記載した。最後に、(4)欄には分布モデルによって所得分布を研究したパレートの名を記した。なお、パレートは所得分布モデルによる所得分布研究の分野でもその業績を後世に残したが、後に述べるように、ローレンツはパレートのモデル分析のあり方を批判したのではなく、主として、対数目盛の使用にかんしてであることを付言しておく。

以上に述べたことを予備的考察として、以下では、各々の論者の見解にたいするローレンツの見解を検討する。2. ローレンツの先行研究(1)では、ローレンツ曲線がもっている2つの形状的特徴のなかから、その第1の特徴(所得と人員の結合)を取り上げ、それにかかわる論者の見解を検討する(図2の(1)~(3)参照)。また、3. ローレンツの先行研究(2)では、ローレンツ曲線の第2の特徴(対数変換されていない目盛)にかかわるパレートの見解を取り上げる(図2の(4)参照)。

## 2. ローレンツの先行研究(1)

### (1) ジョージ・J. ゴッシェン<sup>(18)</sup> (イギリス王立統計協会)

「もっとも古典的な為替理論」<sup>(19)</sup>の創唱者として著名なイギリスのゴッシェンは、1887年12月6日に、王立統計協会において会長就任記念講演を行った。彼は、この講演において同国国民の所得分布にかんする各種の官庁統計(とくに所得税や相続税にかんする税務統計)を活用して、当時よく言われていたような、豊かな一部の国民への富の集中は認められず、むしろ、中産階級の富裕化の進行だけでなく、諸国民への富の拡散も確認できると述べた<sup>(20)</sup>。そしてゴッシェンは、「社

(18) Goschen, George Joachim, "The Increase of Moderate Incomes," being the Inaugural Address of the President of the Royal Statistical Society, Session 1887-88. Delivered 6<sup>th</sup> December, 1887, at Wallis's Room, JRSS, Vol. 50, 1887.

(19) 都留重人編『岩波経済学小辞典(第3版)』岩波書店 1994年 p.108.

(20) ゴッシェンによれば、そのような見解は当時としては特異な見解ではなく、たとえば1885年6月に発表された「王立不況委員会」の最終報告(以下に引用)のなかにも見ることができる。「この統計表によれば、年取2,000ポンドに満たない所得者の数は、(この時期に約10%増加した)人口よりももっと急激な割合で増加しているのにたいして、2,000ポンドを上回る所得者の人数は比較的緩やかな割合で上昇し、また5,000ポンドを越える所得者の数は、現実には減少し、さらにまた、所得が低ければそれだけ、増加率も急増しているのである。このため思うに、総利潤量が増大しているかいなかにかかわらず、商業と工業に関与する階級の間には利潤がより広い範囲で分配されるようになってきていることを示す明白な証拠があると言うことができる。さらにまた大規模資本家にとっては、ありきたりの資本家に比べてその収入は小さい。それだけでなく、おそらくは少額ではあろうが利潤をあげている資本家の数は大きく増加していることも指摘できる。」(ただし、引用はGoschen, G. J., *op. cit.*, p. 592による。)



会主義的な基礎のうえに社会を人為的に再構築しようと主張する人もいるが、しかし、私に言わせれば、現実にはある種の静かなる社会主義が進行している。富をより広い範囲にわたって分配しようとする静かな動きが進んでいるのであって、それはどのような観点から見ても、私には国民的な慶事であるように思われる<sup>(21)</sup>と述べている。

このゴッシェンの講演があった年は、チャールズ・ブースによって後に実施された大規模なロンドン調査の「パイロットサーベイ」(イーストホープ)と位置づけられている港湾荷役労働者居住地域(東部ロンドン)の調査結果が『王立統計協会雑誌』に掲載された年でもある。この調査は、ロンドン市民の25%が貧困状態にあると主張した社会民主同盟のハインドマンの見解を快く思わなかったブースが、ロンドン市民の暮らし向きを実際に確かめようとして始まったと言われている<sup>(22)</sup>。このブース調査とゴッシェン講演を重ね合わせてみれば、講演のなかでハインドマンの名は挙げられていないものの、ゴッシェンは彼の見解を意識し、統計をもってそれに反論しようとしたのではないかと考えられる。

ゴッシェンは富の(集中ではなくて)拡散が進行していることを統計で示そうとして、およそ20葉の統計表を引用している。ローレンツは1905年論文ではそのなかから1枚の統計表(表2)だけを引用して、ゴッシェンの見解を批判的に検討している。

ゴッシェンは上の表2から、「比較的多数の人々の手には比較的少額の富しか分配され

表2 所得税納税申告件数

所得(ポンド)	1877年	1886年	増加率(%)
150~500	285,754	347,021	+21.4
500~1,000	32,085	32,033	なし
1,000~5,000	19,726	19,250	-2.5
5,000超	3,122	3,048	-2.3

(出所) Goschen, G. J., "The Increase of Moderate Incomes," being the Inaugural Address of the President of the Royal Statistical Society, Session 1887-88. Delivered 6<sup>th</sup> December, 1887, at Wallis's Room, JRSS, Vol. 50, 1887, p. 605.

ていない傾向」を読み取っている<sup>(23)</sup>。それにもかかわらず、彼は別の多数の統計表を用いて富の拡散を統計的に実証しようとした。これにたいして、ローレンツはゴッシェンの主張そのものには論評を加えることなく、ゴッシェンの分析手法に限定して、これを批判的に検討する目的で、表2のみを取り上げた。そして、そのような形式の統計表に依拠する分析の欠陥を次のように指摘した。すなわち、表2のように表側に所得金額を記載する形式の統計表によれば、各所得階級ごとの富の「絶対的增加ないし減少」を把握することが可能ではあるが、「上のような表[表2]からは、富が集中しているか拡散しているかを判断することはできない。なぜならば、第2時点[1886年]における5,000ポンド超の所得者[3,048人]は、全所得者[401,352人]のなかでは比較的小さい割合[0.8%]となっているものの、その層の所得[総額]は全所得のなかで相当大きな比率を占めているからである。」<sup>(24)</sup>要するに、表2のような形式の統計表では少人数による富の集中的占有が隠蔽されてしまうとローレンツは考えたのである。彼によれば、表2と同様形式の統計表を用いた所得分布の研究は、他の論者によっても行われている。所得階級別の人数

(21) Goschen, *op. cit.*, p. 604.

(22) ブースの調査は、ロンドン市民の3分の1が貧困状態にあることを明らかにした。この数字は、ハインドマンの主張よりも大きいものであった(美馬孝人『イギリス社会政策の展開』[現代経済政策シリーズ 3] 日本経済評論社 2000年 p.134以下参照)。

(23) Goschen, *op. cit.*, p. 600.

(24) Lorenz, *op. cit.*, p. 210.

(実数と構成比)による分析がゴッシェンに特有ではないことから、ローレンツは、まず最初にそのような手法を取り上げて、それによっては事態の正確な把握にはいたらないと批判したのである。そして、ローレンツは、この論点については、1905論文の読者にエリーの業績を参照するよう要請している。そこで、次に項を改めて、エリーの見解を見ることにしたい。

## (2) リチャード・T. エリー<sup>(25)</sup> (アメリカ・ウィスコンシン大学)

### ① 所得の階級区分の固定化

1905年論文でローレンツはエリーの著作のタイトルを記載して、読者にはそれを参照するようにもとめているだけで、それについて紹介や論評を行ってはいない。しかし、直接、エリーの著書をひもとくことによって、ゴッシェンにたいするローレンツによる批判の趣旨がより明確になる。

以下ではゴッシェン批判との関係でエリーの見解を見るが、その前に、エリーの基本的な考え方について触れておきたい<sup>(26)</sup>。エリーは、社会構成員のすべてにたいして所得が等分配される社会の実現を望んではいない。むしろ「特別の努力」をした人には「特別の報酬」があたえられる社会に是非の余地はなく、したがって、「所得の不平等性」を特徴とする社会のありようを当然のことと見ている。しかし、エリーは、「産業の有力者たちはリーダーシップを発揮しているのだから、そのことにたいして報酬を支払わなければな

らないが、社会は必要以上に高額の代価を彼らに支払っているということはあるまい」と婉曲な表現をして、アメリカでは富の拡散(均等化)ではなくて、富の集中化傾向が見られることを示唆している<sup>(27)</sup>。このような現実を踏まえて、エリーはその著書『産業社会の発展にかんする研究』(1903年)の第6章「富の集中と拡散」のなかで次のような課題をみずからに課して、所得分布の不平等度の統計的計測にかんする考察を進めている。

前世紀には富の生産が著しく増大したことについては、大方が一致した意見にいたっている。……しかし、この富が実際にどのように分配されているか、そしてまたどのように分配されるべきかという2つの問いにたいしてはまったく意見は一致していない。もちろん富が平等には分割されていないということを、われわれはみな知っている。ある者は非常に裕福で、またある者は非常に貧しい。これらの人々は例外であろうか。裕福な人々は大量に存在しているのだろうか。多くの人々が貧しいのは、少数の人々がとても豊かであるからなのであるだろうか。事実がどうであるにせよ、不平等の規模はどの程度であろうか<sup>(28)</sup>。

エリーはこの課題に取り組むためには統計による計測が必要であるとして、所得分布の不平等度の統計的計測にかんする方法を考察した。以下では、エリーの見解を、ローレンツによるゴッシェン批判との関連で見ることしよう。

エリーは、社会の構成員の所得が一様に2倍になった次のような場合を、数値例として

(25) Ely, Richard T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903. なお、エリーについては次も参照。Gaffney, Henry, "Neo-classical Economics as a Strategem against Henry George," <http://homepage.ntlworld.com/janusg/coe/!index.htm>, accessed on Nov. 20, 2003.

(26) Ely, *op. cit.*, p. 269.

(27) Ely, *op. cit.*, p. 269.

(28) Ely, *op. cit.*, p. 255.

挙げている(表3)。

エリーによれば、もっとも豊かな人ともっとも貧しい人の所得額との比は、基準時点においても比較時点においてもいずれも等しく、19:1となっており、したがって、1人あたりの富が一律に2倍になっても、集中の度合いには変化がなかったと見ることができる。しかし、表4のような度数分布表を作成してみると、基準時点よりも比較時点のほうが所得は上方にシフトして、全体として豊かになったように見することもできる。

この表4についてエリーはこのような階級区分は正しくなく、構成員全体の所得が2倍に上昇した比較時点では、「1人あたりの富の増加にしたがって、階級区分を変えなければならぬ」と述べて、表5のような度数分

表3 所得分布の数値例

基準時点		比較時点	
所得(ドル)	人数(人)	所得(ドル)	人数(人)
1	1	2	1
3	1	6	1
5	1	10	1
7	1	14	1
9	1	18	1
11	1	22	1
13	1	26	1
15	1	30	1
17	1	34	1
19	1	38	1

(出所) Ely, R. T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903, p. 258 より作成。

表4 度数分布表(エリーの数値例)

所得階級(ドル)	基準時点(人)	比較時点(人)
0以上~5未満	2	1
5以上~10未満	3	1
10以上~15未満	2	2
15以上	3	6

(出所) Ely, R. T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903, p. 259.

表5 比較時点における所得分布(エリーの数値例)

所得階級(ドル)	人数
0以上~10未満	2
10以上~20未満	3
20以上~30未満	2
30以上	3

(出所) Ely, R. T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903, p. 259.

布表を掲げた。これによれば、前掲した表4の基準時点における階級区分とその個数は同一(4個)であり、しかも各階級内の度数もまた比較時点における度数とまったく同一である。このことから、エリーは比較時点では「変化がないことが分かる」と主張した<sup>(29)</sup>。

これまでに取り上げたエリーの見解は、所得階級の区分を固定して、2つの時点における所得分布を比較するときにもたらされる難点にたいする批判と見ることができる。ローレンツは、上述したエリーの見解に依拠して、ゴッシェン(所得階級区分の固定化)を批判したのである。

② 2つの方法

上に見たように、エリーは時間の変化とともに所得階級区分を変えて(換言すれば、所得階級を時間的変化とともに相対化して)、所得分布を研究することの意義を強調した。そして、そのような指摘に続けて、次のように述べている。

大富豪の増加を研究するとき、[所得階級区分の変更にかんする]これらの考察の実際的应用にかんする意義が明らかになる。その人数の増加はそれ自体、集中が強まっていることを示す証拠ではな

(29) Ely, *op. cit.*, p. 259. この結論だけをそのものとして見れば、ローレンツ曲線による所得分布研究の結果と同一である(表1(b)参照)。

い。疑うまでもなく、1人あたりの富は前世紀に増大した。しかし、今日では大富豪階級の意味はそれとは異なっている。今日における100万ドルクラスの富豪の人数を1850年の所得者とくらべるには、50万ドルクラスの富豪の人数と対照させるほうが、より正確であると言えよう。これと似たような理由で、比較的貧困な階級の絶対的改善は富の集中の強化と並行して進行すると言える。労働者は、絶対額で見ればより高い賃金を得るようになってきているが、しかし、それが富の増加に十分に見合う額とはなっていない。たとえば、ある時期の全生産物10単位のうち賃金が5単位であり、その後、全生産物が30単位となって、そのうち賃金が10単位となったとすれば、賃金は2倍になったとは言え、分け前は2分の1から3分の1へと減少したことになるで

あろう<sup>(30)</sup>。

このようにエリーは述べて、所得分布（の集中と拡散）を考察するときには、所得の絶対額だけではなくて、相対的な観点を見失わないように注意している。エリーは、所得の絶対額に着目して所得分布を考察する方法のことを「直接的方法 (direct method)」と言い、他方、ある所得階級が社会全体にしめる相対的な重みに注目して、所得分布を研究する方法のことを「間接的方法 (indirect m.)」と言っている。ローレンツ曲線の構想は、この後者の方法（相対度数を用いる所得分布研究法）にもとづいていると考えられる。ローレンツ曲線が描かれるグラフでは、横軸と縦軸の両方に累積相対度数が尺度として設けられているからである。

エリーはこの「間接的方法」を、1886年と1896年におけるバーデン大公国の所得統

表 6(a) バーデン大公国における所得分布 (1886 年)

所得階級 (マルク)	人 数		所得額	
	実数 (人)	構成比 (%)	実数 (マルク)	構成比 (%)
I. 500- 900	202,034	63.70	127,362,100	31.58
II. 1,000- 1,400	53,703	16.93	62,289,900	15.44
III. 1,500- 2,900	42,144	13.29	82,948,800	20.57
IV. 3,000- 4,900	11,635	3.67	43,125,900	10.69
V. 5,000- 9,900	5,482	1.72	36,065,200	8.94
VI. 10,000- 19,500	1,582	0.50	20,719,500	5.14
VII. 20,000- 24,500	206	0.06	4,517,000	1.12
VIII. 25,000- 29,000	122	0.04	3,293,500	0.82
IX. 30,000- 39,000	105	0.03	3,540,000	0.88
X. 40,000- 49,000	59	0.02	2,546,000	0.63
XI. 50,000- 74,000	70	0.02	4,154,000	1.03
XII. 75,000- 99,000	17	0.00	1,435,000	0.36
XIII. 100,000-149,000	22	0.01	2,625,000	0.65
XIV. 150,000-199,000	11	0.00	1,809,000	0.45
XV. 200,000-	18	0.01	6,864,000	1.70
合計	317,196	100.00	403,294,900	100.00

(出所) *Handwörterbuch der Staatswissenschaften*, 2<sup>nd</sup> ed., Vol. III, pp. 369f. ただし、引用は、Ely, R. T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903, p. 261 による。

(30) Ely, *op. cit.*, p. 260.

表6(b) バーデン大公国における所得分布 (1896年)

所得階級 (マルク)	人 数		所得額	
	実数 (人)	構成比 (%)	実数 (マルク)	構成比 (%)
I. 500- 900	235,729	59.37	155,468,100	28.48
II. 1,000- 1,400	78,319	19.73	90,263,900	16.54
III. 1,500- 2,900	57,252	14.42	112,868,000	20.67
IV. 3,000- 4,900	15,234	3.84	56,249,800	10.30
V. 5,000- 9,900	7,395	1.86	49,054,700	8.99
VI. 10,000- 19,500	2,103	0.53	27,836,500	5.10
VII. 20,000- 24,500	280	0.07	6,166,500	1.13
VIII. 25,000- 29,000	161	0.04	4,317,000	0.79
IX. 30,000- 39,000	188	0.05	6,372,000	1.17
X. 40,000- 49,000	116	0.03	5,098,000	0.93
XI. 50,000- 74,000	116	0.03	7,023,000	1.29
XII. 75,000- 99,000	39	0.01	3,407,000	0.62
XIII. 100,000-149,000	47	0.01	5,753,000	1.05
XIV. 150,000-199,000	21	0.00	3,532,000	0.65
XV. 200,000-	28	0.01	12,481,000	2.29
合計	397,028	100.00	545,890,500	100.00

(出所) *Handwörterbuch der Staatswissenschaften*, 2<sup>nd</sup> ed., Vol. III, pp. 369f. ただし、引用は、Ely, R. T., *Studies in the Evolution of Industrial Society*, New York and London 1903, p. 261 による。

計に適用した。彼が掲げた表6(a)からは、1886年のバーデン大公国においては第VI階級以降(年収1万マルク以上の階級)に属す人口が全体の1%未満(0.69%)であること、そして、表6(b)からは、1896年に同じ所得階級グループに属す人口が、同様に1%に満たない(0.78%)ことが分かる(参考図A(1)(2)参照)。エリーによれば、「これらの統計表から保守的な考えの人たちは1886年と1896年のいずれにおいても、富はさほど集中していないと結論するかもしれない。」<sup>(31)</sup>しかし、エリーは、ここでチャールズ・B.スパー<sup>(32)</sup>の方法にしたがって、特定の所得階級に属す人口割合とその所得階級に属す人口が占有す

る富の割合とを組み合わせ、この統計表を読むべきであると主張した。そして、エリーは「1886年においてはもっとも貧しい3分の2[63.70%]の人々[第I階級]が全所得の約3分の1を有し、他方で、もっとも富裕な0.69%の人々[1万マルク以上の所得(第VI階級より上の所得階級)]は[全所得の]12.78%を占有している。」と述べ、富が少数の者の手中に集中していることを示唆した<sup>(33)</sup>。

エリーによれば、このようにある所得階級(もしくは所得階級群)に属す人口の相対度数(もしくは累積相対度数)と当該所得階級に属す人口が占有する富の割合またはその累計(すなわち相対度数もしくは累積相対度数)という2つの標識を組み合わせ、所得分布の集中ないし拡散を研究しようとする試

(31) Ely, *op. cit.*, p. 263.

(32) Spahr, Charles B., *An Essay on the Present Distribution of Wealth in the United States*, 2<sup>nd</sup> ed., New York 1896, p. 16.

(33) Ely, *op. cit.*, p. 263.

(参考図)

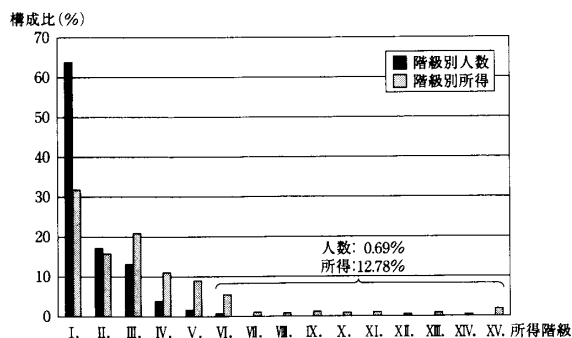


図 A(1) 所得階級別構成比 (1886 年)

— 表 6 (a)による —

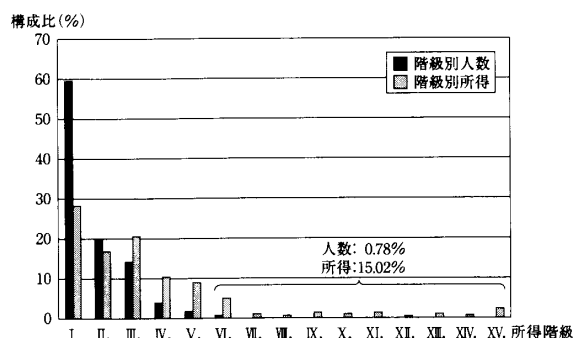


図 A(2) 所得階級別構成比 (1896 年)

— 表 6 (b)による —

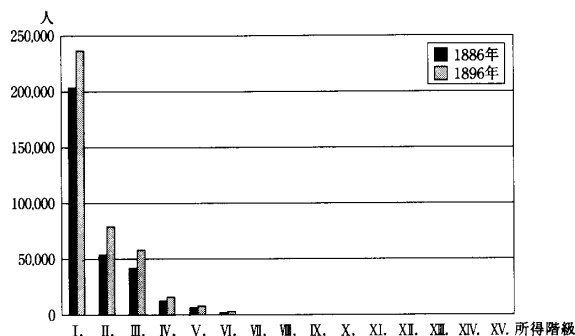


図 B(1) 所得階級別人口推移 (1886 年・1896 年)

— 表 6 (a)(b)による —

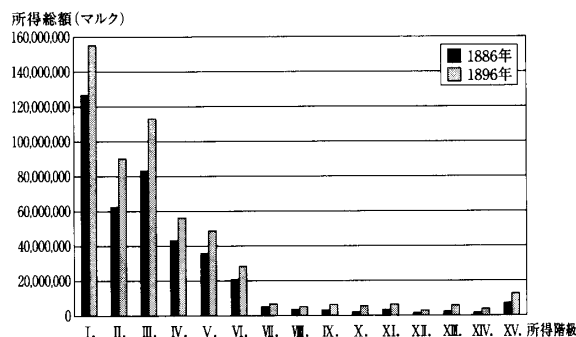


図 B(2) 所得階級別所得総額推移 (1886 年・1896 年)

— 表 6 (a)(b)による —

みは、彼が依拠したスパーに特有の方法ではない<sup>(34)</sup>。本稿の課題はさしあたってローレンツの1905年論文のなかでその先行研究として引用されている文献にもとづいて、諸家

(34) エリーはこのことを例証する目的で、リッチモンド・M.メイヨ---スミスの著作から次のような叙述を引用している。「[プロイセンでは]人口の70%は所得税の課税が免除されており、それらの人々の所得は全人口の全所得の3分の1にすぎない。その次の4分の1が全所得の3分の1を得て、最上位に位置する約4%の人々が残りの3分の1を享受している。」……「[イギリスでは]人口の約10%が全所得のほぼ2分の1を享受している。」(Mayo-Smith, Richmond M., "Statistics and Economics," in his *Science of Statistics*, New York 1899, esp. Chap. XIII of Pt. II.ただし、引用は Ely, *op. cit.*, p. 263f.)

の見解を回顧し、ローレンツ曲線の出自を明らかにすることにあるので、この点についてはこれ以上の言及は差し控える。そして、ここでは、エリー（およびその先行研究者）が、ローレンツに先立ってすでに人口と所得を組み合わせて（累積相対度数によって）所得分布を、その総体において捉えようとしていたことを確認するに留めたい。ローレンツはその1905年論文のなかで「社会の構成員をより豊かな半分とより貧しい半分という2つの階級に単純に分割し、そして全所得ないしすべての富の割合の変化に着目すれば、限定的ではあるが、しかし、きわめて一般的な結果に、つねに到達することができる。」<sup>(35)</sup>と述べて、この箇所には、この考え方がエリーの

(35) Lorenz, *op. cit.*, p. 215.

著書によって示唆を受けたという趣旨の注記がある。このことから、ローレンツ曲線の形成にとってエリーの業績は重要な役割を演じたと言ってよからう。

### (3) ユリウス・ヴォルフ<sup>(36)</sup> (スイス・チューリヒ大学)

#### ① 基本的な考え方

以下で取り上げる『社会政策体系』(シュツットガルト, 1892年)をヴォルフが執筆した頃、「富者はますます豊かに、貧者はますます貧しくなる。この社会的対立はいっそう激化する」という考え方が、ドイツはもとより、イギリス、アメリカ、ロシアなど、各国の「公式見解」となっていた。たとえば、1892年1月6日付けの『アルゲマイネ・ツァイトウング』紙には、「労働者階級の90%にのぼる人々の生活は困窮しており、極度の窮乏生活を送っている。これにたいして、われわれ無為徒食の人々は、芸術に、科学にお金を使い、毎年、安楽で裕福に治安を守られて生活しているのである。」というトルストイの発言が掲載された<sup>(37)</sup>。この見解と同一基調にあるものとして、ヴォルフは、「土地共有によってのみあらゆる社会的弊害は除去され、神の意志=自然法に合致する真の共和国が建設され得ると考えた」<sup>(38)</sup>とされているアメリカのヘンリー・ジョージの著作から次の文章を引用している<sup>(39)</sup>。

いわゆる物質的進歩の影響は、最下層の人々の状態を、望ましい幸福な生活の本質的なニーズに合うように改善するには、けうして役立たないように、私には思われる。それだけでなく、社会進歩の狙いはそれらの人々の状態をさらに悪化させることにあるようにも思われる。新しいさまざまな力は、当然ながら、非常に高揚してはきているが、長らく望まれ、また信じられてきたように、社会構造の下層階級から作用しはじめるのではなく、中位あるいはそれよりも上位の階層にたいして作用するのである。社会を貫通して打ち込まれる巨大なくさびのようなものが存在している。くさびが打ち込まれた境目から上にいる人々は、高められる。しかし、それよりも下の人々は抑圧されている。

ヴォルフは「富者はますます豊かに、貧者はますます貧しく (die Reichen immer reicher, die Armen immer ärmer)」という考え方が「公式見解」となっていることを例証しようとして、以上に引用した以外にも他の論者からの引用を重ねている<sup>(40)</sup>。そのう

(36) Wolf, Julius, *System der Sozialpolitik, Erster Band: Grundlegung. Sozialismus und kapitalistische Gesellschaftsordnung. Kritische Würdigung beider als Grundlegung einer Sozialpolitik*, Stuttgart 1892.

(37) ただし、引用および強調は Wolf, *op. cit.*, p. 224による。

(38) 大阪市立大学経済研究所編『経済学辞典(第2版)』岩波書店 1979年 p.708。(初版, p. 633。)

(39) George, Henry, *Progress and Poverty*, 1879

[著者版], p.9。(長洲一二訳『進歩と貧困(上)』日本評論社 1949年 p.28。山寄義三郎訳『進歩と貧困』日本経済評論社 1991年, p.6-7。ただし、本文における引用[強調はヴォルフ]は原著のドイツ語訳にもとづくので、邦訳とは微妙に異なっている。)

(40) 1891年7月4日づけ『フォアヴェルツ』紙は「ドイツ社会民主党綱領草案」を掲載した。これは、邦訳では「エルフルト綱領草案異文二」とされているが、そこでは次のように書かれている。「この搾取の支配のもとで、被搾取者によってつくりだされた富の、搾取者——資本家と大土地所有者——の手中への累積は、加速度をもって増大する。搾取者と被搾取者とのあいだの労働生産物の分配はますます不平等になり、プロレタリアの人数はますます増大し、彼らの生活状態はますます不安定になり、過剰労働者

で、言われるように、低所得者層、とりわけ労働者階級が絶対的に貧困化し、さらに中産階級が没落しつつあるという見解が正しいかどうかを検討している。ヴォルフの結論は、労働者階級が絶対的に貧困化しているという考え方が、「事実からはほど遠いのであって、今一度その姿を包括的に把握する」必要があるというものであった。

ヴォルフによれば、『クロイツツァイトゥンク』紙は中産階級の没落を報じ、「中産階級を維持するための迅速な措置」が必要であると主張した。この報道を受けて、『フォアヴェルツ』紙は「だがしかし、救済はない。弱者は強者によってむさぼり食い尽くされてしまうことになる。弱者はいつそ身を粉にして働きはするが、飢餓のくびきになお強く縛られ、それに『甘んじ』、それを『よしと』している。弱者はこの状態から逃れることはできない。」と主張した。ヴォルフは、このような見解が「社会民主主義陣営」だけでなく、「それに敵対する陣営」の「公式見解」でもあって、それには「世界中に見方がいる」と述べた。ヴォルフはこの『フォアヴェルツ』紙の主張を批判したのである<sup>(41)</sup>。

それだけでなく、ヴォルフは、当時の社会主義者が共有していた見解をも批判している。この見解を代表する論者としてヴォルフがその名を挙げたのは、フライブルク大学の教授職にあったヘルクナーである。ヘルクナーは「著しい所得格差の均等化傾向は存在していない。しかし、貧者がつねにより貧しくなっていくという考えは正しくない。彼らもまた

軍はますます大量に、階級対立はますますけわしく、現代社会を二つの敵対陣営に分ち、すべての工業国の共通の標識をなしている階級闘争はますます激烈になる。」(国民文庫版, p.135, ただし、強調はヴォルフ。)ヴォルフはエルフルト綱領草案から上に掲げた部分を引用して、それがいかに非現実的であるかを統計的に実証しようとした(Wolf, *op. cit.*, p. 230.)。

(41) Wolf, *op. cit.*, p. 226.

福祉の増進に預かっている。ただ、富んでいる者にくらべて、その程度はかなり小さいのである。」と述べた<sup>(42)</sup>。ヘルクナーのこの主張を引用した後で、ヴォルフは次のように言っている<sup>(43)</sup>。

『フォアヴェルツ』紙の常軌を逸した見解はおくとしても、これ〔ヘルクナーの見解〕は、時の経過とともに国民経済の生産性は上昇するが、しかし、労働者の分け前はそれにくらべて小さいとする今日の社会主義者の主張そのものである。富んだ者が二歩前進したとしても、労働者はわずかに一歩進むだけであって、それ以上には進まない、というわけである。

これにたいして、ヴォルフは労働者階級の絶対的貧困化だけでなく、相対的貧困化にたいしても疑義を提起した。次に項を改めて、ヴォルフの積極的な見解を見ることにする。

## ② 在来方法の批判と「歴史的考察 (die historische Betrachtung)」

ヴォルフが統計によって所得分布を研究するときの典型例として挙げて批判しているのは次のとおりである。チューリヒ州 (Kanton Zürich) における固定資産税の納税者数は、1848年から1888年までの40年間に表7のように変化した。

ヴォルフによれば、高額納税者層の増加率の増大は富の高位偏在を意味し、したがって、従来は、このことは、「[経済の] 発展が最高度に不都合なものとして現象している」ことを示す証左であると言われてきた。「高額の資産層は40年が経過するなかで、異常にまで増加し、中位の資産層はかなり控えめの増

(42) ただし、引用と強調は Wolf, *op. cit.*, p. 226f による。

(43) Wolf, *op. cit.*, p. 227.



表7 チューリヒ州における固定資産税納税者数の推移

固定資産税 (フラン)	1848年(人) (1)	1888年(人) (2)	増減 (3) [=(2)-(1)]	増加率(%) $\frac{(3)}{(1)} \times 100$
I. 100～2,000	25,991	21,108	-4,883	-19
II. 2,100～20,000	13,959	24,406	10,447	75
III. 21,000～25,000	2,409	6,584	4,175	173
IV. 25,000～	81	484	403	496

(出所) Wolf, Julius, *System der Sozialpolitik, Erster Band: Grundlegung, Sozialismus und kapitalistische Gesellschaftsordnung. Kritische Würdigung beider als Grundlegung einer Sozialpolitik*, Stuttgart 1892, p. 234 から作成。

大となったが、低位の資産層は、経済発展がもたらした利得のなかでもっとも少額の利得を得ることになった。高額資産の増加は低額の資産の増加よりも7倍も大きかったのである。これまで数字を読むときに活用されてきた方法が要請する解釈というのは、そのような類のものであったであろう。算術的には確かにそのとおりかもしれない！」とヴォルフは述べた<sup>(44)</sup>。そして、彼は、このような方法によれば、1人高額所得者層だけが「もっとも祝福」されているとみなすことになるが、それは、経済発展の「ありよう(Bild)」についての正しい認識ではないと批判した。

では、正しい認識をもたらすものとしてヴォルフが推奨する方法とはどのようなものであろうか。それは「歴史的考察」による方法である。それによれば、階層間の移動に着目して、所得分布の「歴史的」変化を見ると、豊かな社会が経済発展によってもたらされているかどうかを統計的に検証できると考えられている。

ヴォルフは、この「歴史的考察」を表7に示したチューリヒ州の統計に適用して、次のように例解している。表7の(3)欄からは、階級IIに属す納税者は40年間に10,447人増加したことが分かる。ヴォルフはこの増加人数

を、階級Iから上方移動した納税者数であると見なした。この人数(10,447人)は1848年における階級Iの人数の約40%にあたる。階級Iから階級IIへ移動したのは、それだけであろうか。ここで、ヴォルフは階級IIIの納税者数が4,175人(2,409人から6,584人へ)増加したことに着目した。そして、これらの人々は、元々、階級IIに属していた納税者であって、それらの納税者が階級IIIへと上方移動し、そのために階級IIに属していた納税者がそれだけ減少した、とヴォルフは考えた。彼によれば、それでもなお、1888年には階級IIの増加数は10,447人であったのだから、実際の増加人数は、この人数(10,447人)だけではなく、階級IIIに上方移動した人数(4,175人)に見合うだけの納税者が階級Iから上方移動したと考えて、この人数(4,175人)を統計表の表面上の増加人数(10,447人)に加えた。この合計は14,622人(=10,447人+4,175人)である。ヴォルフは、表7の階級II(3)欄が示す10,447人ではなく、上でもとめた合計人数(14,622人)が実際に階級Iから階級IIに上方移動した正確な人数である、と考えたのである。これは、1848年に階級Iに属していた納税者数(25,991人)の56%にあたる。以上のような計算からヴォルフは表8を作成した。

ヴォルフはこの結果について、「このありようは、これまでに言われてきたこととは正

(44) Wolf, *op. cit.*, p. 234. (強調はヴォルフ)

表8 「歴史的考察」による階級間移動

1848年から1888年まで	移動人数 (人)	対1848年比 (%)
階級 I から階級 II への移動	14,622	56
階級 II から階級 III への移動	5,578	33
階級 III から階級 IV への移動	403	17

(出所) Wolf, Julius, *System der Sozialpolitik, Erster Band: Grundlegung. Sozialismus und kapitalistische Gesellschaftsordnung. Kritische Würdigung beider als Grundlegung einer Sozialpolitik*, Stuttgart 1892, p. 235 から作成。

反対である。少額の資産層からの上昇が最高の規模で起きた。中位の資産層の増加はそれにくらべれば小さいが、それでも高額資産層の増加よりは大きい。」<sup>(45)</sup>そして、ヴォルフは、「どの層でどれだけ増加したか」ということを問題にするのではなく、「どの層からどの層へどれだけ増加したか」にかんする「歴史的考察」の必要性を主張し、実際にそれを適用することによって、当時の社会主義陣営の論者だけでなく、欧米各国の「公式見

解」ともなっていた貧困化論を批判したのである。

### ③ ローレンツによるヴォルフ批判

ローレンツは「ヴォルフの解釈方法は正しくない」と断じて、それを表9(a)(b)に示す仮設例にもとづいて説明している。この数値例においては、基準時点(表9(a))でも比較時点(表9(b))でも所得を有する社会構成員の数は、同一の20名であり、比較時点におい

表9(a) ローレンツの仮設例(その1:基準時点)

所得階級 (ドル)	左の階級に属す人々の個人所得 (ドル)	人数 (人)
I. 0~9	1, 3, 5, 7, 9,	5
II. 10~24	10, 12, 14, 16, 18	5
III. 25~49	25, 28, 31, 34, 37	5
IV. 55~99	50, 60, 70, 80, 90	5
V. 100~	100, 110, 120, 130, 140	5

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 212.

表9(b) ローレンツの仮設例(その2:比較時点)

所得階級 (ドル)	左の階級に属す人々の個人所得 (ドル)	人数 (人)
I. 0~9	2, 6	2
II. 10~24	10, 14, 18, 20, 24	5
III. 25~49	28, 32, 36	3
IV. 55~99	50, 56, 62, 68, 74	5
V. 100~	100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280	10

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 212. ただし、四角による強調は引用者。

(45) Wolf, *op. cit.*, p. 235.

ては各構成員の所得が基準時点にくらべて一律に2倍になっている。(表9(b)で四角に囲まれた数字は、下位の階級から上方移動した人々の所得(ドル)である。)ローレンツによれば、このような場合には、「諸個人間の富の占有関係には変化がない。したがって、集中の程度も同一であるはずである。」<sup>(46)</sup>

これにたいして、ヴォルフの「歴史的考察」にならって表9(b)から階級間移動の人数を計算すれば、どうなるであろうか。ヴォルフの方法によれば、その結果は表10のようになる。

すでに述べたように、ローレンツは仮設例(表9(a)(b))を作ったときに、基準時点と比較時点は集中の程度は同一であると考えた。しかるに、ヴォルフの「歴史的考察」にもとづく表10によれば、所得の上位に向かってより多くの構成員が移動し、豊かになったかに見える。この見方にたいして、ローレンツは次のように批判した。すなわち、2時点間では集中と拡散のいずれもが認められないにもかかわらず、表10によってあたかも(所得上位階級への人口の)集中が進行したかのように見えるのは、ヴォルフの研究方法が「根本的な誤り(root fallacy)」を犯しているからである。その「根本的な誤り」は、富の総体に変化していることを度外視して、所

得階級区分を固定化してしまい、その結果、かかる分類のもつ意味に時点間で変化が生じたにもかかわらず、それを無視したからであると主張した。このローレンツによる批判は、すでに取り上げたゴッシェン批判とも軌を同じくするものである。所得階級の分類基準を、所得分布の総体的な変化と関連づけて、再定式化を試みることが、ローレンツにとっては、重視されているのである。

ローレンツはヴォルフ批判ではローレンツ曲線を示して、表9(a)と表9(b)とでは2本の曲線が一致するとは述べてはいない。しかし、すでに1(1)①(ii)で述べたように、所得階級別の所得がどの階級についても一律に $k$ 倍に変化したときに、階級別人数に変化がなければ、ローレンツ曲線は一致し、所得分布には集中も拡散もなかったことになる。このことを想起すれば、ローレンツのヴォルフ批判の趣旨がより明確になるであろう。

#### (4) A.セートビア<sup>(47)</sup> (ドイツ[プロイセン])

##### ① 所得統計の分析

ローレンツは、1905年論文におけるヴォルフ批判の文脈のなかでセートビアを取り上げて、これを批判している。しかし、その取り扱いは簡単すぎて、結論だけが際立っている。そこで、ここではセートビアの見解をそ

表10 階級間移動(ローレンツの仮設例)

移動	移動した人数	移動した構成員が元の階級に占める割合(%)
IからIIへ	3	60
IIからIIIへ	3	60
IIIからIVへ	5	100
IVからVへ	5	100

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 212.

(46) Lorenz, *op. cit.*, p. 212.

(47) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889.

の1889年論文に即して紹介したうえで、それにたいするローレンツの見解を紹介することにしたい。あらかじめセートビアの見解の要点を述べておく。彼の結論は、統計の分析によっては所得の集中を確認することはできない、というものであった。

セートビアによれば、プロイセンで税務統計をもとにして全国規模の所得統計が整備され、利用可能な形式を整えて、提供されるようになったのは1876年以降のことである。ローレンツが批判的に取り上げたセートビアの1889年論文では、分析の起点を1876年として、論文が公刊された1889年の前年(1888年)までの13年間におけるプロイセンの所得分布が対象になっている。彼は年間所得額に応じて、所得階級を次のように6区分した<sup>(48)</sup>。

階級A [不十分な所得 (dürftige Einkommen)] : 525 マルク以下 (世帯人員が複数の場合)。ただし、単身者世帯の場合は350 マルク以下。

階級B [少額所得 (kleine E.)] : 526 マルク ~ 2,000 マルク。

階級C [そこそこの所得 (mässige E.)] :

2,001 マルク ~ 6,000 マルク。

階級D [中位の所得 (mittlere E.)] : 6,000 マルク ~ 20,000 マルク。

階級E [高額所得 (grosse E.)] : 20,001 ~ 100,000 マルク。

階級F [最高額所得 (sehr grosse E.)] : 100,000 マルク超。

納税台帳 (Steuerrolle) によれば、1876年と1888年の2カ年分について所得階級別に集計した結果は表11(a)(b)のようになった。

セートビアは、この表11(a)(b)からそれぞれの所得階級の動向について次のように述べた<sup>(49)</sup>。所得階級Aについては、当該期間の12年間に納税者1人あたりの平均所得は横ばいであった(1876年400マルク, 1888年402マルク)。所得階級Bについては、いずれの年においてもこの階級には全体の約半数が属しているが、1876年に比べれば、1888年における平均所得は(926マルクから914マルクへと)減少していることが分かる。「しかし、喜ばしくも注目には値するのは、それ以上の高額所得階級C~Fに属す人々が相当程度増加したということがあるからである。」。

セートビアはこのように述べてから、次に

表11(a) プロイセンにおける所得分布 (1876年)

所得階級	人員 (人・%)				所得金額 (マルク・%)			
	納税者のみ	比率	世帯人員計	比率	合計	比率	納税者1人あたり	世帯人員1人あたり
A	3,311,752*	39.11	6,369,856*	25.65	1,324,701,000	16.86	400	208
B	4,704,757	55.57	16,840,444	67.82	4,354,426,600	55.42	926	258
C	384,248	4.53	1,381,044	5.56	1,219,543,600	15.52	3,174	833
D	58,286	0.69	212,200	0.85	559,639,100	7.12	9,601	2,637
E	7,501	0.10	27,300	0.12	285,736,000	3.64	38,093	10,467
F	532		1,940		113,146,000	1.44	212,681	58,323
合計	8,467,076	100.00	24,832,784	100.00	7,857,192,300	100.00	928	316

訳注\* : うち単身者は2,177,806人。

(出所) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889, p. 417.

(48) Soetbeer, *op. cit.*, p. 414.

(49) Soetbeer, *op. cit.*, p. 419.

表 11(b) プロイセンにおける所得分布 (1888年)

所得階級	人員 (人・%)				所得金額 (マルク・%)			
	納税者のみ	比率	世帯人員計	比率	合計	比率	納税者 1人あたり	世帯人員 1人あたり
A	4,101,550*	41.36	8,285,164*	29.20	1,650,454,250	17.68	402	199
B	5,259,805	53.04	18,052,480	63.62	4,805,038,628	51.49	914	266
C	458,692	4.63	1,702,610	6.00	1,486,368,591	15.93	3,240	873
D	83,823	0.85	292,381	1.03	806,162,125	8.64	9,617	2,757
E	11,029	0.11	38,470	0.14	417,131,250	4.47	37,821	10,843
F	840	0.01	2,930	0.01	166,933,800	1.79	198,731	56,973
合計	9,915,739	100.00	28,374,035	100.00	9,332,088,644	100.00	941	329

訳注\*：うち単身者は2,668,805人。

(出所) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889, p. 418.

所得階級CからFまでについて次のように指摘した<sup>(50)</sup>。すなわち、所得階級Cについては、1876年には納税者数が約38万人で、所得総額は約12億マルクであり、1888年には納税者数は約46万人と構成比が(4.53%から4.63%へと)微増し、また所得総額は約15億マルクとなった。

これにたいして、「上位3階級(D～F)は、これまで述べてきた所得階級を越える増加を示している。」<sup>(51)</sup> 所得階級Dにおいては、納税者が約58,000人から約84,000人へと44%の増加を示し、所得総額は約5億6,000万マルクから約8億1,000万マルクへと、これも同様に44%増加した。所得階級Eにおいては納税者が47%増加し、所得総額は46%増加した。さらに所得階級Fでは、それぞれ58%増、48%増となった。このような顕著な増加率は所得階級のDからFまでを合算しても同様に確認できる。これらの一連の計算は、富める者がますます富み、貧しい者はますます貧しくなるという「悲しむべきありよう」を示しているかに見えたと、セートピアは言っている<sup>(52)</sup>。

しかし、そうではないと彼は主張した。彼

は1876年から1888年までの所得上位階級(階級D～F)について、所得階級別の納税者数と納税者1人あたりの平均所得を抜き出した統計表を示すことによって、ヴォルフが「公式見解」と名づけて批判した考え方(「富者はますます豊かに、貧者はますます貧しく」)を、別の角度から論難している。グラフ表示は統計表にくらべて視覚的な効果が大きいと期待できるので、ここでは、セートピアの統計表をもとにして作成した図を掲げることにする[図3(a)～(c)参照]。

これらの図3(a)～(c)から明らかなように、いずれの所得階級においても納税者数は漸増傾向を示しているが、納税者1人あたりの平均所得は「例外なく、不思議と同じような値になっている」(セートピア)。彼は、階級内の納税者数が増大した「原因」は「主として全般的な豊かさが現実に進化したことにあると見るべきであり、これは誠に喜ばしい現象として称讃すべきである。他方で、比較的高額の所得階級における平均的な個人所得に変化はないということが示されるのであるから、少数の人々の手中に資産が漸次的に累積しているという先入見は論駁されることになる。」と主張した<sup>(53)</sup>。

(50) Soetbeer, *op. cit.*, p. 419.

(51) Soetbeer, *op. cit.*, p. 419.

(52) Soetbeer, *op. cit.*, p. 420.

(53) Soetbeer, *op. cit.*, p. 420f. ただし、強調は引用者。

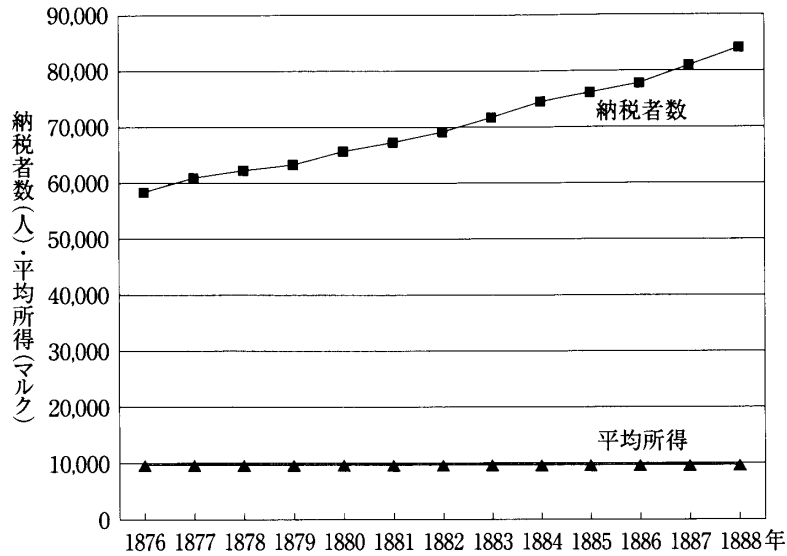


図3(a) プロイセン (1876年~1888年) —階級D—

訳注：納税者数は58,286人(1876年)から83,823人(1888年)へと増加した[表11(a)(b)参照]。しかし、平均所得は最高が9,617マルク(1886年, 1887年, 1888年の3ヶ年が同額)、最低が9,505マルク(1879年)となり、ほぼ横ばいであった。

(出所) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für National-ökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889, p. 420 より作成。

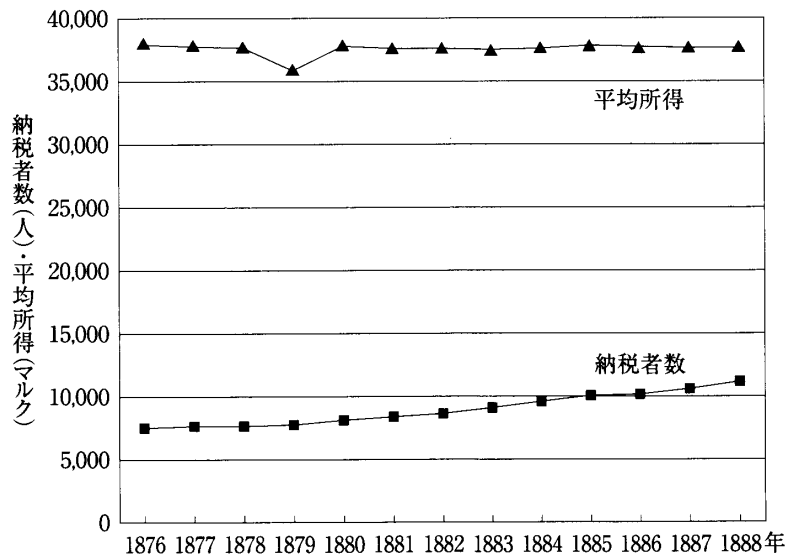


図3(b) プロイセン (1876年~1888年) —階級E—

訳注：納税者数は7,501人(1876年)から11,029人(1888年)へと増加した[表11(a)(b)参照]。しかし、平均所得は最高が38,093マルク(1876年)、最低が36,027マルク(1879年)となり、ほぼ横ばいであった。

(出所) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für National-ökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889, p. 420 より作成。

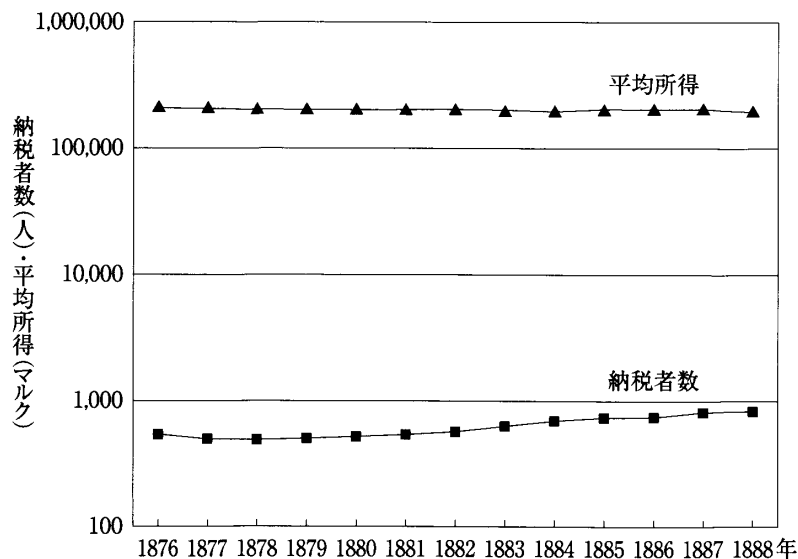


図 3(c) プロイセン (1876 年~1888 年) — 階級 F —

訳注：1. 納税者数は 532 人 (1876 年) から 840 人 (1888 年) へと増加した [表 11 (a)(b)参照]。しかし、平均所得は最高が 209,450 マルク (1876 年), 最低が 196,476 マルク (1884 年) となり、ほぼ横ばいであった。  
 2. 縦軸にとった納税者数と平均所得の数値が極端に隔たっているので、この表だけは縦軸を対数尺度で表示した。

(出所) Soetbeer, A., "Volkseinkommen in Preussischen Staate, 1876 und 1888," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 52 (Neue Folge, Bd. 18), 1889, p. 420 より作成。

② ローレンツのセートビア批判

セートビアにたいするローレンツの 1905 年論文における取扱いは、至極、簡単である。ローレンツは、上に引用したセートビアの文章で傍点によって強調した部分を引用した。そして、それにもとづいて「セートビアは、1876 年から 1888 年までの期間にプロイセンでは集中はなかったということを示そうとした。しかし、平均的な所得というものが安全な基準たりえないということは、集中度に変化がないにもかかわらず、ちょうど今、示したばかりの、最高額所得階級の平均的な所得が顕著な増加を示している仮設的な事例が教えるとおりでである。」とローレンツはセートビアを批判した<sup>(54)</sup>。ここに「ちょうど今、示したばかりの……仮設的な事例」とは、ローレンツがヴォルフを批判したときに用い

た (先に引用した) 数値例 (表 9 (b)) である。その数値例では、それぞれの所得階級における構成員の所得が一律に 2 倍になった (したがって、最高額所得階級 [100 ドル以上の第 V 階級] における構成員 1 人あたりの平均所得は 120 ドルから 380 ドルに増加した) が、そのような場合にも、その期間内に集中度に変化はなかったと判断された。ローレンツによるセートビア批判の要点は、そもそも所得階級における平均所得は、所得分布の集中や拡散を計測するための尺度たりえない、ということに尽きる。

単一の数値尺度による集中・拡散の測定にたいするローレンツの批判はさらにホームズの見解にも向けられている。次にこのことを取り上げる。

(54) Lorenz, *op. cit.*, p. 213

(5) ジョージ・K. ホームズ<sup>(55)</sup> (アメリカ・マサチューセッツ州労働統計局)

## ① 「三連尺度 (triple measure)」

国民の間に富がどのように分布しているかを測定するための「厳密な分布尺度」にかかる必要性が1884年に提起され、この研究がマサチューセッツ州労働統計局に付託されたのは1886年のことであった。ところが、1885年に実施された連邦センサスの結果公表が優先されたために、言うところの「厳密な分布尺度」の研究は先送りされた。しかし、その間もマサチューセッツ州労働統計局においては研究が進められ、その成果として得られた「分布尺度」をアメリカの所得分布研究に応用する見通しが立った。そこで、マサチューセッツ州労働統計局による成果公開に先立って、同統計局長オーラス・G. ウォドリン (Horace G. Wadlin) の許可を得て、ホームズはその論文「分布尺度」(1892-93年)を公表することになった。ローレンツが1905年論文で、所得分布の研究分野における先行研究の1つとしてセートビアの次にその名を挙げているのは、このホームズである<sup>(56)</sup>。

ホームズによれば、「この論文の課題は、人間のあるグループと他のグループとを、富の分布にかんして数学的に比較するための尺度を見いだすことである。」ここでホームズが強調していることは、特定個人のグループ内の順位を明らかにしたり、特定個人の富がグループの平均からどれだけ乖離しているかを明らかにしたりすることが考察の目的ではないということである。解答が期待されているのは、たとえば、マサチューセッツ州のほうがニューヨーク州よりも富が広く分布しているかとか、より平等であるかというような

課題であるとホームズは述べている。

この課題に解答をあたえるためにマサチューセッツ州労働統計局が研究し、同労働統計局による公表に先立って公開することが認められた比較尺度とはどのようなものであろうか。ローレンツはホームズがその論文で述べた所得分布の比較尺度を「三連尺度」と命名している。この尺度についてローレンツは「信頼できない」という評価を下している。ローレンツの見解<sup>(57)</sup>については後に見ることにして、まずホームズの「三連尺度」を取り上げることにしたい。

ホームズは数値例(表12)を挙げて説明し、その後実際アメリカにおける所得分布の研究に適用している。彼の数値例は、(1)ある所得階級に属する人の数と(2)その階級に属する人々の所得総額という、2つの数値系列からなる。ホームズは、この2つの数値系列から2のメディアン(中央値)をもとめている。いわゆる「三連尺度」を構成する3つの尺度のうち2つは、これらのメディアンである。そして第3番目の尺度は、これら2つのメディアンの差である。この第3番目の尺度によって、2つあるいはそれ以上のグループにおける所得分布を比較しようとするのが、ホームズの方法である。以下、表12に示した彼の数値例を用いて、さらに詳しく「三連尺度」について考察しよう。

ホームズの「三連尺度」の第1は、所得階級別の人数の系列におけるメディアン——すなわち、所得の大きさの順に並べられた人々の人数をちょうど半分にしたときに、その真ん中の人々が得ている所得——である。ホームズは、「事例1」における第1の系列(所得階級別の人数)についてメディアン<sup>(58)</sup>を計

(55) Holmes, George K., "Measures of Distribution," *Publications of the American Statistical Association*, Vol. 3, 1892-93.

(56) Holmes, *op. cit.*, p. 141.

(57) Lorenz, *op. cit.*, p. 213.

(58) メディアン ( $Me$ ) の一般式は

$$Me = X' + c \left( \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right)$$



表12 ホームズの数値例

所得階級 (ドル)	事例1		事例2		事例3		事例4		事例5	
	人数 (人)	総所得 (ドル)	人数 (人)	総所得 (ドル)	人数 (人)	総所得 (ドル)	人数 (人)	総所得 (ドル)	人数 (人)	総所得 (ドル)
1	1	1	1	1	15	15	2	2	8	8
2	2	4	2	4	14	28	2	4	7	14
3	3	9	3	9	13	39	2	6	6	18
4	4	16	4	16	12	48	2	8	5	20
5	5	25	5	25	11	55	2	10	4	20
6	6	36	6	36	10	60	2	12	3	18
7	7	49	7	49	9	63	2	14	2	14
8	8	64	8	64	8	64	2	16	1	8
9	7	63	9	81	7	63	2	18	2	18
10	6	60	10	100	6	60	2	20	3	30
11	5	55	11	121	5	55	2	22	4	44
12	4	48	12	144	4	48	2	24	5	60
13	3	39	13	169	3	39	2	26	6	78
14	2	28	14	196	2	28	2	28	7	98
15	1	15	15	225	1	15	2	30	8	120
合計*	64	512	120	1,240	120	680	30	240	71	568
平均*		8.00		10.33		5.67		8.00		8.00

訳注\*：合計・平均欄は引用者による。

(出所) Holmes, G. K., "Measures of Distribution," *Publications of the American Statistical Association*, Vol. 3, 1892-93, p. 144.

算し、その結果、人数の系列の中央に位置する人の所得は8.50ドルであるともとめた。

「三連尺度」の第2は、所得階級別の所得総額にかんして計算されるメディアンである。ホームズは、同様に計算して、この値として9.82ドルを得た。

「三連尺度」の第3は、上でもとめた2つのメディアンの差である。以上の「三連尺度」を事例ごとに計算してまとめたのが、表13である。

ただし、

$X'$ ：メディアンが存在する階級の下限值

$c$ ：級間隔

$N$ ：総度数

$F$ ： $X'$ 未満の値となる項の度数

$f$ ：メディアンが存在する階級における度数

である(森田優三『統計概論』日本評論新社1952年 p.45以下参照)。

「三連尺度」と言うと3つの尺度がそれぞれ所得分布の比較研究に独自の役割を果たしているかのように思われがちであるが、実際にはそうではない。ここで取り上げた第3番目の尺度(2つのメディアンの差)こそが、異なる所得分布を比較するときの指標であるとホームズは捉え、その差が「分布の不等性の尺度」となると主張している<sup>(59)</sup>(表13の強調部分参照)。以下ではそのことの意味を考察することにしよう。

すでに述べたように、メディアンとは、総度数をちょうど半分に分割する項がもっている値(この場合は所得)のことである。上位の階級に属す項の度数が増加すれば、それだけ、このメディアンは大きくなる。逆に、下位の階級で度数の増加が見られれば、それだけ、メディアンは小さな値になる。この関係

(59) Holmes, *op. cit.*, p. 146.

表 13 ホームズの分布尺度(「三連尺度」)

(ドル)

尺度	事例 1	事例 2	事例 3	事例 4	事例 5
人口数から見たメディアン(1)	8.50	11.45	5.54	8.50	8.50
所得総額から見たメディアン(2)	9.82	12.79	8.50	11.45	13.15
<b>2つのメディアンの差(2)-(1)</b>	<b>1.32</b>	<b>1.33</b>	<b>2.95</b>	<b>2.95</b>	<b>4.65</b>
平均所得	8.00	10.33	5.67	8.00	8.00

(出所) Holmes, G. K., "Measures of Distribution," *Publications of the American Statistical Association*, Vol. 3, 1892-93, p. 144 より関係分のみ抜粋。ただし、強調は引用者。

を所得分布に適用してみよう。ホームズの挙げるとの事例(表 12)についても同じことが言えるが、ここでは極端な例として、事例 3 を取り上げることにする。

事例 3 において最高額所得(15ドル)を得る人が1人増えたとしよう。このとき、事例 3 の総人口は120人から1人増えて、121人になる(0.8%増)。しかし、所得階級別に構成員を並べたときに中央に位置する構成員の順位そのものに変化がない。したがって、この場合、総人口を二分する位置にいる構成員の所得(すなわち、人口数から見たメディアンの値[第1の尺度])には、ほとんど変化がない。これにたいして、所得総額から見たメディアン[第2の尺度]についてはそうは言えない。最高額所得者が1人増えたということは、それだけ社会全体の総所得が増大したこと(2.2%増)を意味する。この場合には、社会全体の総所得を二分する位置にいる構成員の所得(所得総額から見たメディアン)は、所得総額が増加したために、それに応じて、以前よりも大きくなっているはずである。第2の尺度としてのメディアンの値の変化はこのような動向を鋭敏に反映する。そして、第1の尺度としてのメディアンの値はほとんど変わらないにもかかわらず、第2の尺度としてのメディアンの値が大きい値に変化すれば、第2の尺度から第1の尺度を減じて得られる差は、以前よりも大きくなるはずである。最高額の所得を得る者が1人増えたということは、所得が上位に向かって集中した

ことを意味する。メディアンのもつこの性質から、第3の尺度(2つのメディアンの差)は集中の尺度たりうる、とホームズは考えた。

彼は、この尺度を用いて、マサチューセッツ州とメリーランド州における国債保有者の分布の比較、カンザス州とオハイオ州における農業経営の比較、合衆国年金局とセンサス局の職員の給与比較などを試みた。このような研究を通じて、当時、所得分布の研究を手がけていた他の論者と同様に、彼もまた、「豊者はますます豊かに、貧者はますます貧しく」という命題を検討しようとしたと心かげたと見ることができる。しかし、彼は、この命題の是非について判断を下してはいない。いわゆる「三連尺度」の適用を拡大して、不動産所有、賃金収入などを分析すれば、異なった時点のあいだで生じた所得分布の変化や特定時点における異なる社会グループにおける所得分布の変化を解明することができると、その期待するところを述べるに留まっている。そして、中流階級に属す人口の増加と彼らの所得額の増加によって、「富が社会構成員のあいだに広く拡散(widely diffused)するだけでなく、あまねく行き渡り(generously diffused)、もって福利厚生(welfare)が一般大衆の手中に収められることが望ましい。」と主張した<sup>(60)</sup>。

(60) Holmes, *op. cit.*, p. 156f.

② ローレンツの見解

ホームズの「三連尺度」にたいしてローレンツは「信頼できない」と批判したことはすでに述べた。なぜ、ローレンツはそう考えたのであろうか。彼はホームズの「事例 1」を取り上げて、その論拠を述べている。ローレンツは、すべての構成員の所得が一律に 2 倍になったとき、その構成員の集団においては、所得分布が集中も拡散もしなかったと主張している<sup>(61)</sup>。しかるに、ホームズの「事例 1」において、すべての構成員 (64 人) の所得が各々一律に 2 倍に増加したときに、人口数から見たメディアン値 [第 1 の尺度] は (8.5 ドルから) 17 ドルに上昇し、他方、所得総額から見たメディアン [第 2 の尺度] は (9.82 ドルから) 19.65 ドルとなる。そして、第 1 の尺度と第 2 の尺度との差は 2.65 ドルとなる。この差は所得が 2 倍になる以前の値 1.32 ドルのおよそ 2 倍である。ホームズの基準によれば、これは明らかに所得分布に構造的な変化があったことを示している。しかし、ローレンツの考え方によれば、構成員の所得が一律に 2 倍に上昇しても、全体としては、そこには集中も拡散も生じてはいない。

しかるに、ホームズの「三連尺度」によれば、上位所得に向けて集中があったことになる。この矛盾を前にして、ホームズの「三連尺度」では所得分布の変化を正しく測定することができない、とローレンツは批判したのである (補注 1)。

ローレンツは、ホームズ批判を簡単に片づけそれに続けて、「富の変化と人口の変化の両方を考慮した、もう 1 つの別の方法」を提案し、プロイセン統計局の税務統計にもとづいて表 14 を作成している<sup>(62)</sup>。そこでは、所得と人口の両者が所得階級を媒介として組み合わせられている。ところが、ホームズの「三連尺度」でも、所得階級を媒介として、所得と人口とが組み合わせられている。このことを想起するとき、基本構想の点では、ローレンツと同様であることに気づく。ローレンツは、一方でホームズを論難し、他方では自説の展開に進んでゆくが、所得と人口を結合させて、所得分布を比較しようとする、ホームズの基本構想だけは、継承したということができよう。

最初のローレンツ曲線はこの表 14 のデータにもとづいて描かれたが、このことについ

表 14 人口と所得 (プロイセン) (%)

所得階級 (マルク)	1892 年		1901 年	
	人口比	所得にしめる割合	人口比	所得にしめる割合
～ 900	70.1	41.2	60.5	31.7
900～ 3,000	26.0	30.0	34.8	35.3
3,000～ 6,000	2.5	8.6	3.0	9.3
6,000～ 9,500	0.7	4.2	0.8	4.5
9,500～ 30,500	0.6	7.4	0.7	8.1
30,500～	0.1	8.6	0.2	11.1
合計	100.0	100.0	100.0	100.0

(出所) *Zeitschrift of the Prussian Statistical Bureau*, 1902. ただし、引用は Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 214 による。

(61) ローレンツ曲線の特性に言及したときに指摘したように、所得階級別の構成員の数が不変で、階級ごとの所得の変化率が一律であるときには、ローレンツ曲線は同一となる [1 (1)①(ii)参照]。

(62) Lorenz, *op. cit.*, p. 214.

ては後述する。

(6) トーマス・S.アダムズとヘレン・L.サマー<sup>(63)</sup> (いずれもアメリカ・ウィスコンシン大学)

① ローレンツによる評価

これまでは、ローレンツの1905年論文に即して、そこで取り上げられた先行研究にかんするローレンツの評価を考察してきた。そこから明らかになることは、所得分布の集中にかんする(時間的・場所的)比較研究を行うときに、ローレンツが好ましくないと考えたのは、第1には、所得階級を固定化する方法であり、第2には、所得にかんする統計系列を単独の誘導統計値(指標)で要約し、それをを用いて分析するという研究方法であった。第2の方法による研究の一例としては、直前に取り上げたホームズの研究が挙げられよう。ホームズは、メディアンという単独の誘導統計値を指標として、所得分布の比較を試みたからである。

以下で取り上げるアダムズ=サマーはA. L.ボーレーの「散布度(measure of dispersion)」を用いている。これは一種の誘導統計値による分析であるが、ローレンツは、例外的にこの手法については「進行しつつある変化のいくつかは隠蔽されるものの、これまでに提言されてきたもののなかでは最良の数値的尺度」を用いていると肯定的に評価した<sup>(64)</sup>。では、アダムズ=サマーが採用した「数値的尺度」とはどういうものであろうか。以下ではこれを取り上げる。

② 四分位数の使用

1904年にA. F.デイヴィーズ(Davies)は

(63) Adams, Thomas Sewall and Summer, Helen L., *Labor Problems*, New York 1905. (ただし、引用は第4版[1907年]による。)

(64) Lorenz, *op. cit.*, p. 215.

『労働局紀要(*Bulletin of the Bureau of Labor*)』(1月号)誌上で1855年、1865年、1875年、1885年、1895年、1900年におけるフィラデルフィアの代表的な5つの区(ward)について、土地所有の統計を用いた資産分布の実証研究を行った。アダムズ=サマーによれば、このデイヴィーズは、1855年から1900年までの間、「選出された区の全体をとおして、事実上、評価総額の4分の1が所有者全体の100分の1に集中している」<sup>(65)</sup>と述べた後に、次のように強調した。「実業界や上流界の人々の居住地区である第8区を例外として、実際に土地[の評価額]で表現される富は、年を追うごとにその分布が平等になってきており、数字もこの信念を裏付けるものとなっている。」<sup>(66)</sup>

アダムズ=サマーによってデイヴィーズの分析手法の内容を追跡してみよう。彼らによれば、デイヴィーズは土地の評価額を階級区分の標識に採用し、これを媒介として、各階級に属する人数と階級ごとの評価総額をリンクさせている。デイヴィーズの分析手法は、マサチューセッツ労働統計局にも採用されて、遺言検認済みの相続不動産(とくに土地)の記録にもとづく、土地所有の集中にかんする研究が行われていた。当時はデイヴィーズの方法は一般的な方法として活用されていたのである。

ところが、このように一般化した方法にたいして、アダムズ=サマーはこの手続きが煩瑣であるとして、「ボーレー氏の便利な散布尺度」の応用を推奨している。この考え方にたいしてローレンツが賛同していることはす

(65) ただし、引用はAdams and Summer, *op. cit.*, p. 538による。また、同書に掲載された表IV(Distribution of Land Values: Philadelphia, 1855-1900 [Relative numbers based on the year 1865])も参照。

(66) ただし、引用は、Adams and Summer, *op. cit.*, p. 538による。

で述べたとおりである。

この「便利な散布尺度」とは「相対四分位偏差」のことである。所得分布を例にすると、「四分位数」とは、個人の所得を小さい方から順に並べたときにできる所得系列において、その系列を構成する人数を 4 等分する位置にいる人の所得のことである。このように四分位数は全員の数 を 4 等分する位置を示しているのであるから、系列全体については、この四分位数は小さな順に第 1 四分位数 ( $Q_1$ )、第 2 四分位数 ( $Q_2$ )、第 3 四分位数 ( $Q_3$ ) の 3 つが存在することになる<sup>(67)</sup>。

ここで

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \dots\dots\dots(1)$$

という新しい量を作ることにする。これが「相対四分位偏差」<sup>(68)</sup>である。ポーレーはこの  $Q$  を「所得の不平等度として使用した。」<sup>(69)</sup>

この(1)式の数理的意味を理解するには、この式を

$$Q = \frac{1 - \frac{Q_1}{Q_3}}{1 + \frac{Q_1}{Q_3}} \dots\dots\dots(2)$$

と変形すればよい。一般に分布のちらばりが小さければそれだけ、データはメディアン  
の近傍に散布することになる。この場合、 $Q_1$   
と  $Q_3$  はより近接し、極限においては  $Q_1 =$   
 $Q_3$  と見なしてよい。このとき、(2)式は

$$Q = \frac{1 - 1}{1 + 1} = 0$$

である。

他方、広い範囲にデータが散布し、したがって分布の分散が大きくなれば、その極限  
においては  $Q_1 \rightarrow 0$ 、 $Q_3 \rightarrow \infty$  となる。このとき、 $Q_1/Q_3 \rightarrow 0$  なので、(2)式は

$$Q = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$$

となる。分布の散布度が大きいほど、相対四分位偏差  $Q$  は 1 に近づくのである。

こうして、結局、 $Q$  は  $0 \leq Q \leq 1$  の範囲で  
変動し、その値がゼロに近いほど、分布のち  
らばりが小さく、1 に近いほどちらばりが大  
きいことを示す指標となる<sup>(70)</sup>。

(67) 第 2 四分位数はメディアン (中央値) と同一  
なので、四分位数としては  $Q_1$  と  $Q_3$  の 2 つだけ  
であるとも考えることもできる。このためにポー  
レーは、添え字で 2 つの四分位数を識別するの  
ではなくて、 $Q_1$  を「下方四分位数 (lower  
quartile)」、 $Q_3$  を「上方四分位数 (upper q.)」  
と名づけている (Bowley, *Elements of Statis-  
tics*, 1<sup>st</sup> edn., London 1901, p. 135)。このように  
四分位数は本来的には 2 つしか存在しないこと  
から、本文で  $Q_3$  と表記した四分位数をアダム  
ズ=サマーは  $Q_2$  (ローレンツは  $q_2$ ) と表してい  
る (Adams and Summer, *op. cit.*, p. 538; Lor-  
enz, *op. cit.*, p. 215)。なお、これについては、  
アダムズ=サマーもローレンツも Bowley, *Ele-  
ments of Statistics*, 2<sup>nd</sup> edn., p. 136 を参照して  
いる。

(68) 「相対四分位偏差」は「四分位分散係数」とも  
言われることがある (近藤次郎・守岡隆「度数  
分布」中山伊知郎編『統計学辞典 (増補版)』東  
洋経済新報社 1957 年 p.169)。

(69) 森田, 前掲『国民所得と評価の分析』 p.151。

(70) ここで第 1 四分位数 ( $Q_1$ ) とメディアン  
( $Me$ ) の差の絶対値 ( $|Q_1 - Me|$ ) と第 3 四分  
位数 ( $Q_3$ ) とメディアン ( $Me$ ) の差の絶対値  
( $|Q_3 - Me|$ ) をもとめて、

$$Q' = \frac{|Q_3 - Me| - |Q_1 - Me|}{|Q_3 - Me| + |Q_1 - Me|}$$

とおく。

分布が左右対称に近づけばそれだけ、メディ

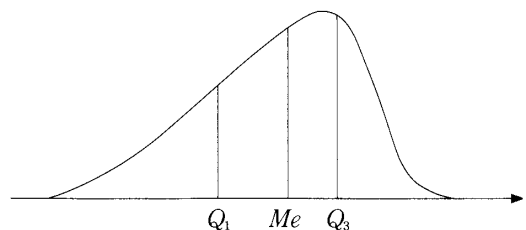


図 分布の偏りとメディアン

このことを所得分布の分析に適用してみよう。所得分布の不平等度の拡大は、所得分布が広がることを意味するから、それだけ相対四分位偏差  $Q$  は大きい値をとるようになる。 $Q$  のもつこのような性質をポーレーは所得格差の計測に活用しようとした。

以下の見解は臆断の域を脱するものではないが、相対四分位偏差  $Q$  については次のように言うことができる。 $Q$  は、 $(Q_3 - Q_1)$  を  $(Q_3 + Q_1)$  で除して得られる統計量であるから、そこでは第3四分位数  $Q_3$  と第1四分位数  $Q_1$  との間の距離が相対化されている。すでに述べたように、この  $Q$  の値は、分布のいかんを問わず、0 から 1 までの間を変動する。 $Q$  がゼロに近いほど、 $Q_1$  と  $Q_3$  は近接し、したがって、それだけ所得分布が均等であることを意味する。不均等になればなるだけ、 $Q$  は 1 に近づく。このことを利用すれば、異なる所得分布の間の比較が可能となるだけでなく、異なる所得分布を均等（あるいは不均等）度の順に順序づけることができる。

---

アンと四分位数の距離は等しくなる。そして、完全に左右対称となる極限の場合には  $|Q_3 - Me|$  と  $|Q_1 - Me|$  が等しくなる。このとき、 $Q' = 0$  である。

また、上図のように分布が右方に偏るとき、その偏りが強ければそれだけ、 $|Q_3 - Me|$  はゼロに近づく。このとき、極限において、 $Q' = -1$  である。他方で、分布が左方に偏れば、それだけ  $|Q_1 - Me|$  はゼロに近づく。このとき、極限において、 $Q' = +1$  である。

この関係から、 $Q'$  は、分布の山が右と左のどちら側にあるのかを判定するための尺度として用いることができる。ポーレーはこの  $Q'$  を  $S$  とおいて「非対称度（または歪度）」と呼んでいるが、明らかに、この  $S$  は  $\frac{\text{相加平均-モード}}{\text{標準偏差}}$  で定義される K.ピアソンの「歪度」とは異なる。（ポーレー著 [森数樹訳] 『統計原論』 巖松堂書店 1928 年、p.179 以下。原著は Bowley, *Elements of Statistics*, London 1901 の第 5 版 [1926 年刊]。なお、森田優三『統計概論』（増補版）日本評論新社 1956 年、p.64 も参照）。

しかも重要なことは、この順序づけは、トータルで見た所得分布の全体について行われるということである。このように所得分布を総体として順序づける尺度として、ローレンツが得心できたのは、当時としては、ポーレーの相対四分位偏差をおいて他にはなく、この特性がローレンツを引きつけたのではないかと考えられる。ローレンツ曲線は、所得分布をその総体において把握し、その総体において比較することを可能にするからである。

以上の考察から、さしあたり次の点が確認できる。

- ① ローレンツは、ゴッシェンやヴォルフあるいはセートビアのように、所得分布を個々の所得階級ごとに、その絶対額において個別に捉えるのではなくて、その総体において、かつ累積相対度数によって把握することを企図した。
- ② 上記の目的にかなうものとして、所得階級を媒介として人口構成比と所得構成比とを対応づけたローレンツ曲線が考案された。初めてのローレンツ曲線は 1892 年と 1901 年のプロイセンの所得分布について描かれた。
- ③ ローレンツは、単一の誘導統計値による所得分布研究については相加平均を用いたセートビア、ならびにメディアアン（の差）を用いたホームズにたいして批判を加えた。それは、単一の誘導統計値が総じて所得分布の全体的な変化にたいして、まったくとは言えないまでも不感的だからである。
- ④ ローレンツは、単一の誘導統計値のうち、ポーレーの相対四分位偏差の援用を提言したアダムズ＝サマーを例外的に肯定的に評価した。それは、それが所得分布を総体として順序づけることができると思ったからであろう。

このうえで、ローレンツに残された課題は、ローレンツ曲線をどのような目盛を用いてグラフ表示するかということであった。ローレンツは、パレート批判を通じてこの課題に取り組んだ。次に項を改めて、これを取り上げる。

### 3. ローレンツの先行研究(2)

#### (1) パレートの所得分布研究

ここでは、ローレンツ曲線の第 2 の形状的特徴(横軸の数値と縦軸の数値が対数変換されていないこと)について検討することにする。ローレンツ曲線のこの特質は、パレートによる所得分布研究にたいする批判的研究にもとづいているので、以下ではあらかじめパレートの所得分布研究のあらましについて述べることにする。

パレートの所得分布研究については、森田優三『国民所得の評価と分析』(東洋経済新報社, 1949 年)による解説と論評が示唆に富むと考えられるので、以下ではこれに依拠する<sup>(71)</sup>。パレートにたいするローレンツの評価は、その後項を改めて取り上げることにした。

パレートは所得分布を研究したとき、課税免除の低額所得層を除外した。そして、課税対象となる所得以上の所得を得ている納税者の所得にかんする統計を用いて、後に「パレート(の)法則」(あるいは「パレート分布」と言われる数理モデルを残した。この「パレート法則」は低額所得層には該当しないことは、当初からパレートみずからが認めてもいたが、後にこの「法則」の適合性をめぐる 1 つの論点として取り上げられることに

なった。そのみならず、極端に高額の所得を得る階層についても「パレート法則」は適合しない。このこともまた、パレートは認めていたと言われている<sup>(72)</sup>。しかしながら、「パレート法則」は「所得分布について最初に見いだされた経験法則」<sup>(73)</sup>として、今日においても、所得分布研究の出発点に位置するものとして重視されている。

以下では、次のようににおいて「パレート法則」について述べることにする<sup>(74)</sup>。

$x$  : 所得額  
 $N(x)$  :  $x$  以上の所得を有する人数  
 $A$  : パラメータ  
 $\alpha$  : パラメータ

パレートは納税者の所得統計から、上記の諸量についての経験的な関係の近似式<sup>(75)</sup>として次式を提示した。

$$N(x) = \frac{A}{x^\alpha} \quad (3)$$

ここで(3)式の両辺の対数をとると、

$$\log N(x) = \log A - \alpha \log x \quad (4)$$

となる。

この(4)式にかんしては、所得額( $x$ )の対数( $\log x$ )を横軸にとり、また $x$ 以上の所得を有する人数 [ $N(x)$ ] の対数 [ $\log N(x)$ ] を縦軸にとり、関連データに最小二乗法を適用すれば、一次(線形)式にかんする切片( $y$  軸との交点の座標)と傾き(勾配)の値をもとめることができる。そのようにして森

(72) 森田前掲書, p.127.

(73) 高山前掲論文, p.474.

(74) 森田優三とは若干表記法が異なっているが、内容的な差はない。

(75) パレートは所得分布を表現する数式として(3)式の他に、

$$N(x) = \frac{A}{(x+\alpha)^\alpha} e^{-\gamma x}$$

も示している(Pareto, V., *op. cit.*, p.306. なお、森田, 前掲『国民所得の評価と分析』 p.126 も参照)。

(71) 森田, 前掲『国民所得の評価と分析』 p.124 以下。なお、パレートの見解は、Pareto, Vilfredo, *Cours d'Économie Politique*, Tome Second, Livre III (Le répartition et la consommation), Lausanne 1897 に見られる。

田は、1945年の日本について、

$$\log A = 12.27455$$

$$\alpha = 1.78707$$

ともとめ、

$$\log N(x) = 12.27455 - 1.78707 \log x \quad (4)$$

を得た<sup>(76)</sup>。そして、図4のようなグラフを描いた。

このグラフにおける直線の傾き ( $\alpha = -1.78707$ )——厳密には、その絶対値  $|\alpha| = |-1.78707| = 1.78707$ ——のことを、古くは(森田を含めて)「パレート常数」と言っていた。しかし、最近では、「パレート指数 (Pareto index)」と呼ばれることも少なくない<sup>(77)</sup>。

ここでパレート指数の数理的意味を考察してみよう。(4)式  $[\log N(x) = \log A - \alpha \log x]$

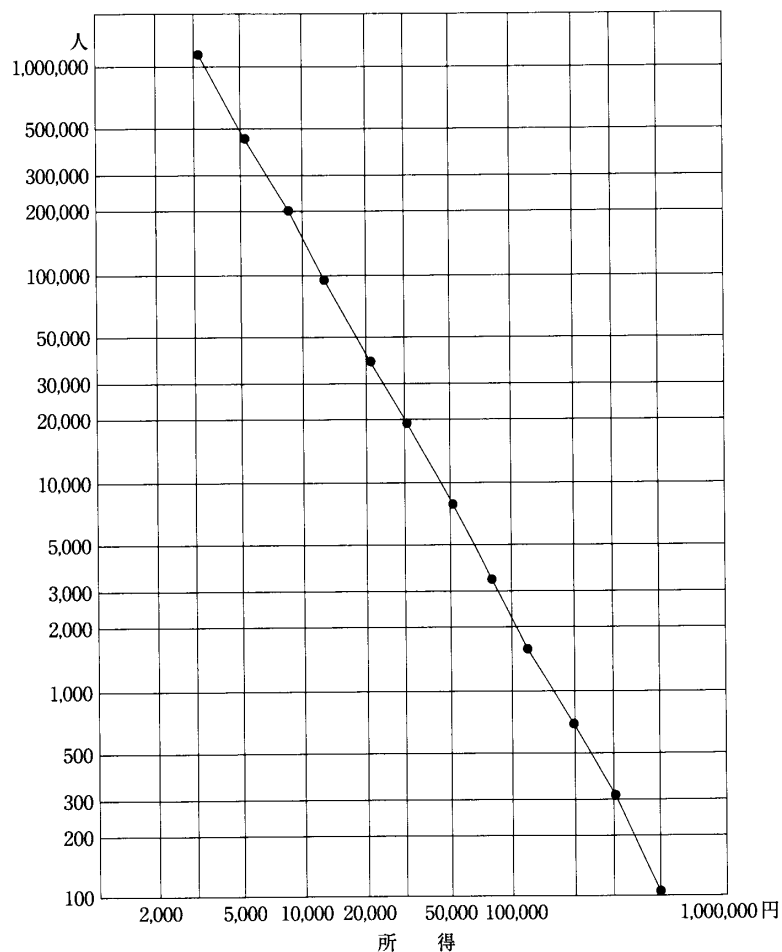


図4 パレート法則 (1945年, 日本)

(出所) 森田優三『国民所得の評価と分析』東洋経済新報社 1949年 p.125。ただし、図の原タイトルは「昭和20年総合所得のパレート分布」。

(76) 森田、前掲『国民所得の評価と分析』 p.125。

なお、同『統計学汎論』(日本評論社、1948年、p.209以下)では、1937年における日本の所得分布について  $\log N(x) = 10.70836 - 1.48017 \log x$  ともとめている。

(77) 高山、前掲論文、p.474。



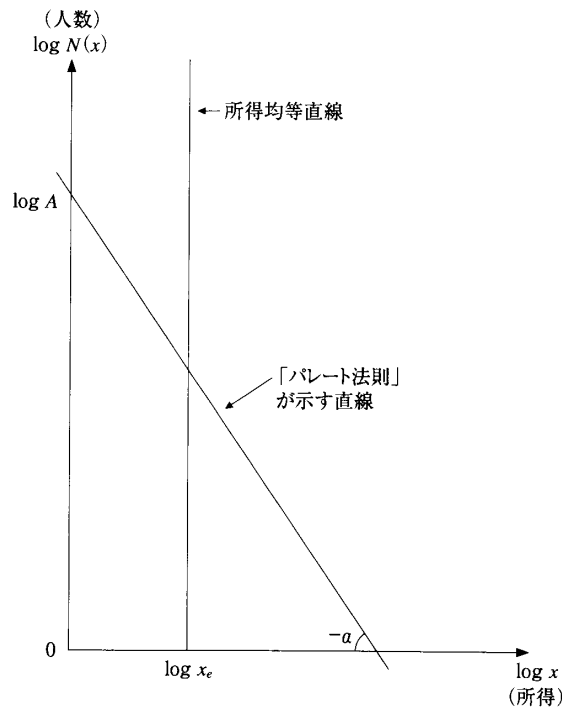


図5 パレート法則と所得均等直線

(参考) 都留重人編『岩波小辞典 経済学』岩波書店 2002年 p.217。

で表現される「パレート法則」の一般的なグラフ表現は図5のようになる。

すべての社会構成員(世帯)の所得が同一(均等)——たとえば $x_e$ ——の場合には、 $y$ 軸上の任意の座標(所得が $x_e$ 以上である構成員の人数)について、それと対応する所得額は同一の $x_e$ となるので、そのような社会は、図5に示すとおり $x$ 軸にたいする垂線(所得均等直線)で表示されることになる。このことは、「パレート法則」の傾きを示すパラメータ $(-\alpha)$ が小さくなるにつれて、所得分布の均等化が進んでいることを意味する。これと同様のことであるが、パラメータ $(-\alpha)$ の符号を除去して、 $\alpha$ の絶対値で所得分布を見れば、 $\alpha$ の絶対値が大きくなるにつれて、所得分布の均等化が進行していることが分かる。すなわち、所得分布の完全均等性が達成されている社会に近づくにつれて、パラメータ $\alpha$ (パレート指数)の値は増大することになる。

パレートは当時の統計データからこのパレート指数を計算して、これをおよそ1.5とものとめた。森田によれば、その後、コーリン・クラークが各国の統計データにもとづいて表15のような結果を得たと言われている<sup>(78)</sup>。

(78) この国でも大正期にはパレート指数の計測による所得分布の研究が盛んに行われたことは、次からも知ることができる。「近時多くの学者が、所得の分布をパレート<sup>(77)</sup>線の勾配のみに由て判断することは余りに粗雑に過ぎるにあらざやと疑はれる。著者は所得の算術平均と標準偏差とを計算し、之を非対称形(又はJ字形)の分布曲線の方程式に入れて、所得分布の方程式を決定する方が、遙かに合理的であると思ふ。そして其の方程式としては、ポアソン Poisson の所謂『小数の法則』をシャルリエーが改訂拡張したものを、使用するのが便利であらう。」(小倉金之助『統計的研究法』積善館 1925年 p.445。ただし、引用にあたっては、原文の片仮名書きを平仮名書きに、平仮名書きを片仮名書きに換えた。)

表 15 各国のパレート指数 (コーリン・クラークの計算)

国名	年度	パレート指数
日本	1936	1.56
アメリカ	1936	1.72
イギリス	1932	1.68
フランス	1934	1.82
ドイツ	1934	1.96
デンマーク	1935	1.94
オランダ	1931	1.76
ハンガリー	1932	1.64
フィンランド	1934	2.03
オーストラリア	1934	2.25
ニュージーランド	1934	2.21

(出所) 森田優三『国民所得の評価と分析』東洋経済新報社 1949年 p.127。ただし、原著(森田)におけるタイトルは「最近における各国のパレート常数の値」。引用にあたっては現行表記によった。

すでに述べたように、「パレート法則」の適合性については、パレートもみずからその欠陥を問題視していたが、その後、パレートの研究は所得分布に関数をあてはめ、その所得分布関数のパラメータの値によって、所得分布の不平等度を測定する最初の試みとして注目されるようになった。そして、「パレート法則」の欠陥を補うべくジーニ<sup>(79)</sup>やジブラ<sup>(80)</sup>による研究が行われたが、それについては本稿の範囲を逸脱するので、それに言及することなく、論を進めることにしたい。

(79) ①Gini, C., "Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza," *Giornale degli Economisti*, Ser.2, Vol. 38, 1909; ② ditto, "Indici di concentrazione e di dipendenza," *Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze*, 1910 (これは1909年9月にパドヴァで開催されたイタリア科学振興協会第3回総会の記録集である)。

(80) Gibrat, Robert Pierre Louis, *Les Inégalités Économiques*, Paris 1931.

## (2) ローレンツによるパレート批判

以上に見てきたように、「パレート法則」は、それがグラフで表示される場合には、横軸と縦軸のいずれもが対数目盛(補注2)が用いられている。このように2次元グラフの両方の軸が対数目盛で表示されるグラフのことを「両対数グラフ」という。以下では、ローレンツが横軸と縦軸を問わず、いっさい対数目盛を採用しなかった理由について考察してみたい。

ローレンツは、「パレート法則」のグラフ表示に対数目盛を使用しない場合、すなわち「パレート法則」を(2)式のように対数変換しない場合は、「パレート法則」が曲線で表現されることになり、そのとき「曲線の形状の変化は諸個人の関係[所得分布]の変化を正確に示さない」と指摘している。そして「この反論を避ける目的で対数を援用するのは当然である」と述べ、対数グラフの使用に理解を示してはいるが、次の3点をもって、パレートの仕方・様式を批判している<sup>(81)</sup>。(このうち、対数変換にかんする批判は第3点目である。)

その第1は、パレートにあっても、所得階級の区分が固定的であるということである。この論点については以前にも言及したが、そのときに述べたのと同様の理由からローレンツは批判している。この批判の主旨は、社会全体として所得が底上げされ、諸個人の所得もそれに応じて上昇するような場合に、所得階級の区分を2つの時点で同一のものとして固定させてしまえば、所得分布が集中傾向にあるのか、拡散傾向にあるのかが明確にはならないということに尽きる。

ローレンツによるパレート批判の第2は「パレート法則」が高額所得者層に適合的ではないという点である。これは、「パレート法則」が定式化された初期の段階ですでにパ

(81) Lorenz, *op. cit.*, p. 216f.

レートもみずからその欠陥を認めていたところであるが、ローレンツはここで改めてパレートを批判している。

第 3 の論点は、直接、対数目盛の使用にかかわる批判である。「対数曲線は多かれ少なかれ頼りにならない (treacherous)」とローレンツは述べている<sup>(82)</sup>。確かに、対数グラフには、「高位の数量における僅少の差が、低位の数量の比較的大なる差よりも、比例的に誇張して表現せられる」という自然目盛(よく見られる等間隔のグラフ)の欠陥を回避できるというメリットがある<sup>(83)</sup>。とくに変数が、短期間で指数関数的に増加する場合に、縦軸に対数目盛を採用することによって、

変数の変化を直線状に、かつ縦方向に短縮して表現することができる。ローレンツは、このような対数目盛の利点を認めつつも、対数目盛で表現されたグラフについて、人はしばしば、それが対数変換されていることを忘却し、グラフを見る者に誤った印象をあたえかねないと指摘し、対数目盛の使用を戒めた。そして、横軸のデータにも縦軸のデータにも対数変換をほどこすことなく、そして、いずれの変数についても累積相対度数を使用するよう結論づけている。

以上の考察にもとづいて、ローレンツは、後に「ローレンツ曲線」と言われることになったグラフを図 6 のように提示した。これ

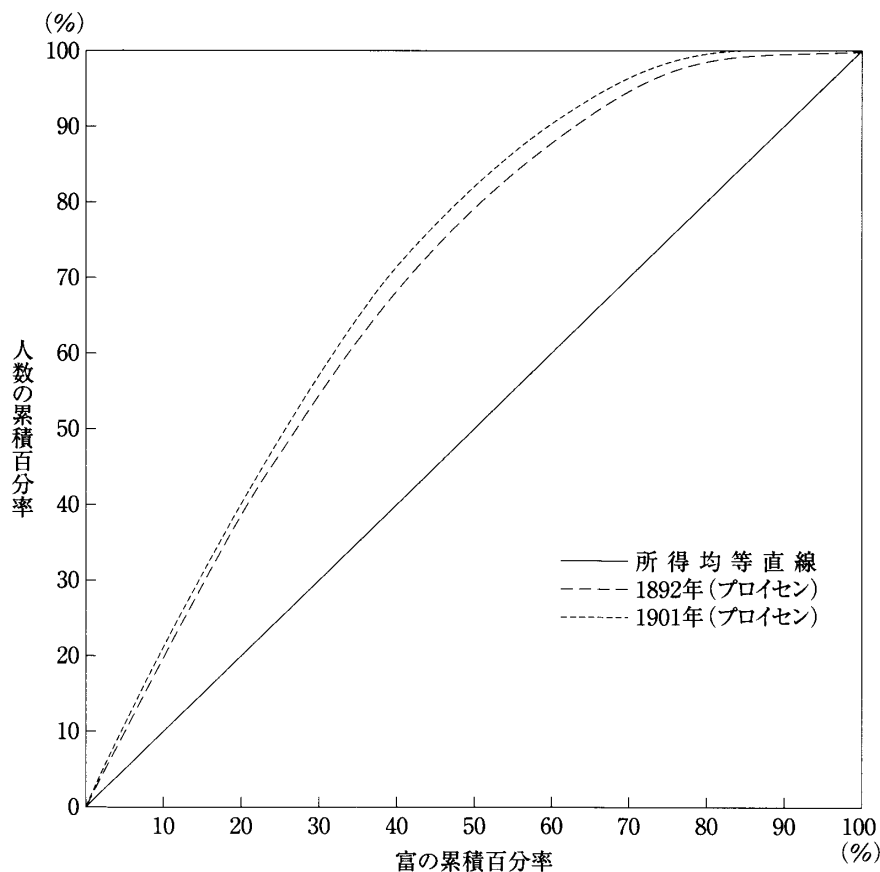


図 6 プロイセンの所得分布

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 16. この図のデータは表 14 (本稿 84 ページ) である。

(82) Lorenz, *op. cit.*, p. 217.

(83) 猪間驥一「統計図表」中山伊知郎編『統計学

辞典(増補版)』東洋経済新報社 1979 年(第 18 刷) p.160。

はプロイセンの所得統計(表14)にもとづいて描かれたグラフであるが、図6によって所得分布の集中にかんする経年変化が分かる。

ローレンツは、このグラフの横軸と縦軸のいずれについてもその目盛に累積相対度数を用いたが、その積極的な理由を次のように指摘した。すなわち、1人あたりの平均的な所得や人口規模にかかわらず、所得分布が均等である場合には、そのときの所得分布が直線状で(すなわち、いわゆる所得均等直線によって)表示されること、そして、所得格差があるときには、グラフに描かれた弧が中央部分でたわみ、集中が進行するにつれて、弧はより上方にたわむことを挙げた。みづからが創案した曲線のこのような性質から、ローレンツは、この図6について、「明らかに、一目見ただけで分かるように、1892年よりも1901年の方が集中は進んでいる。」と述べている<sup>(84)</sup>。

ここで、注目したいことは、今日われわれがよく目にするローレンツ曲線の形状は下に凸であるのにたいして、上に掲げたローレンツの独創になるいわゆるローレンツ曲線の形状が上に凸であるということである。この違いは横軸と縦軸の数値のとり方が今日の方式とは逆になっているからである。ローレンツが横軸に所得をとり、縦軸の値としては人数をとっている理由は、1905年論文では述べられていない。彼がこのことについて他の論文で言及している可能性を否定するものでは

ない。ここでは、あくまでも推測の域を出るものではないが、パレート批判のなかからローレンツ曲線が構想され、しかも「パレート法則」では縦軸に人数——厳密には一定所得以上の所得を得ている人数——をとっていることを想起すれば、ローレンツには、パレートによるグラフの形成のうち縦軸に人数をとる方式だけを踏襲して、いわゆるローレンツ曲線を描いたと言えはしないであろうか。それにしても、ローレンツの最初の定式化にもかかわらず、今日よく見られるように、横軸と縦軸が交換されたのは、なぜであろうか。また、いつからであろうか。この点は今後の課題として残されている。

なお、ローレンツ曲線の弱点の1つとして、2つの異なる時点においてローレンツ曲線が交差する場合、所得分布の集中をどのように判定するかが困難になるということがある。ローレンツはこのような場合があることにすでに気づき、2本の曲線が交差するような数値例(表16)について図7を示した。

そして、人口の一方の部分の所得階層において集中が確認される反面で、他方の所得階層では所得分布の均等化が確認されるというように、2本のローレンツ曲線が交差する場合をとりあげて、「いつもこの曲線[ローレンツ曲線]が明瞭な答えをあたえるというものではない。なぜならば、同時に逆の傾向が併存するということもありうるからである。」と述べている<sup>(85)</sup>。そして、このような場合

表16 ローレンツ曲線が交差するときの数値例

	所得(ドル)										合計(ドル)
	6	7	8	9	10	12	12	12	12	12	
事例I	6	7	8	9	10	12	12	12	12	12	100
事例II	8	8	8	8	8	8	8	14	14	16	100

訳注：それぞれの所得を得ている人はいずれも1人ずつ。

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p.218.

(84) Lorenz, *op. cit.*, p. 218.

(85) Lorenz, *op. cit.*, p. 219.

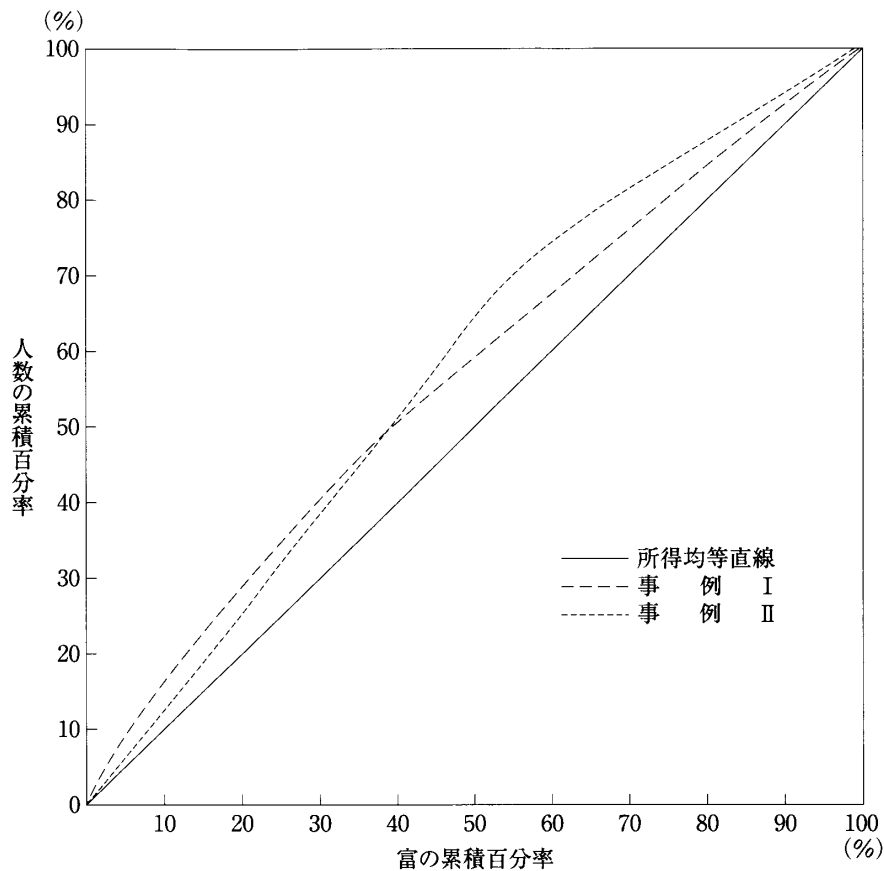


図7 ローレンツ曲線の交差

(出所) Lorenz, Max O., "Methods of Measuring the Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905, p. 16.

にローレンツ曲線を解釈するにあたっては、2本のローレンツ曲線の交点で所得階層を分けて所得分布を考察するように示唆している。

### む す び

以上、ローレンツの「古典的」と言われる1905年論文に引用された文献にそくして、その先行研究を回顧してきた。ローレンツ曲線の第1の形状的特徴は、所得と人員(世帯)とが(所得階級を媒介として)リンクされて表現されていることである。また、第2の特徴は、第1の特質と密接な関係にあるが、所得と人員(世帯)の両方が対数変換されることなく、その累積相対度数が縦軸と横軸の尺度になっていることである。

これまでの検討の結果、第1の特徴については、ローレンツ以前に研究成果が蓄積されてゆく過程で、所得と人員とを組み合わせ、どれだけの(割合の)人員が、社会的な富のどれだけの(割合)を占有しているかを明らかにすることができれば、富の集中や拡散にかんする時間的・場所的な比較が可能になるという構想が醸成され、それをローレンツが継承したからであると言える。とくに、所得階級別の人員や所得総額を個別に単独の標識としてみても、富の集中や拡散についての知見を得るにはいたらないということに気づいた(ローレンツの)先行研究者たち(エリー、そして、それ以前の試みとしてはメイヨースミス)は、人員の構成比と富(所得)の占有率とをリンクさせる方向で研

究を進めていった。ローレンツ曲線はその延長線上に位置づけることができよう。

他方で、ローレンツの独創性については、次のように考えられる。すなわち、彼の先行研究者たちは、たとえば、全人口の1%の人員が、社会的な富の30%を占有しているという表現はしているが、社会の総体的な把握という点では、その指摘が社会全体に及んでおらず、特定の所得階級が問題とされているだけであった。これにたいして、所得階級を媒介として人員と所得の累積相対度数を結合して、その考え方を(特定の所得階級に限定することなく)社会全体に適用して、社会全体の所得分布の姿を視覚的に確認するためのグラフ分析法を提示したということに、ローレンツの功績があると言えよう。

次にローレンツ曲線の第2の形状的特徴(累積相対度数を対数変換することなく、そのまま用いていること)について考察することにしよう。1905年論文ではローレンツ曲線を表示するグラフの縦軸と横軸が、今日よく見られるグラフとは、入れ替わっている。この入れ替えが、いつごろ誰によってどのような理由からなされたのかについては、今後の課題として残されていることはすでに述べた。本稿では、ローレンツ自身によるグラフ表示では縦軸が人員(世帯)であったということに注目し、そのことについては、それがパレート法則のグラフ表示との整合性を図るためではなかったかと指摘した。この点についてはさらに検討を重ねてみたい。このような課題を残しつつも、本稿では、ローレンツが対数目盛の使用に否定的であったのは、それが視覚的に誤った印象をあたえやすいと考えたからであることも指摘した。

いったい、19世紀半ば以降、所得分布の統計的計測が一大関心事として経済学や統計学を学ぶ者を引きつけ、ローレンツに先行して研究が精力的に進められたが、その背景には、「富者はますます豊かに、貧者はますます貧しく」という命題をヴォルフがいみじくも「公式見解」と呼ぶほどまでになっていたということがある。そして、その命題は広く社会的に受容されていたのである。この命題が受容されるには、それが真実であると確信させるような社会が形成されていたとも言えることができる。

このように考えるとき、ローレンツ曲線に先行する諸研究に始まった所得分布の統計的計測をめぐる理論の展開過程においては、たえず事実の問題として社会は総体として豊かさに向かって進んでいるのか、一部の者だけが社会進歩の「恩恵」を受けているのか、所得で計測される「恩恵」に格差があるかどうか、あるとすればそれはどの程度か、また格差が広がりつつあるのか縮小傾向にあるのかなどという、社会がその解決をもとめてやまない現実的な——しかも今日にも通ずる——諸問題があったと言いうことができる。ローレンツはそのような問題にたいして1892年と1901年におけるプロイセンの所得統計から、後のローレンツ曲線を描いて、富の集中を確認した。プロイセンでは集中化が傾向として確認できるのか、あるいはそのような集中化は一時的な現象なのか、また他の国々についてはどうなっているのかなどについて、1905年論文では触れられていない。所得分布の統計的計測をめぐる理論展開を、そのときどきの社会関係と関連づけて検討することも、今後の課題として残されている。

[補注1] 臆断の域さえも脱することはできないが、ローレンツは、ホームズの挙げる5つの事例(表12)についてローレンツ曲線を描いて、その曲線の湾曲状態からそれらの事例の集中の程度を目測し、その結果とホームズの表12とを比

較して、その食い違いに気づいて、ホームズを論難したのかもしれない。

ホームズが挙げた5つの数値例のそれぞれについて、少なくとも1辺が12cm以上のグラフを描けば、ローレンツ曲線による比較は可能と

考えられる。紙幅の関係でそのような大きさのグラフをここに掲載することはできないが、5つの事例についてその分布の集中度をジーニ係数で測定することができる。これによってみて

も、ホームズの順位づけとローレンツの順位づけとは、異なった結果をあたえることが分かる。このことを示すために以下の表を掲げ、あわせて、事例ごとのローレンツ曲線も掲げておく。

表 三連尺度法による順位とジーニ係数による順位

	三連尺度法*	ジーニ係数**
↑ 拡散	事例1 (1.32)	事例2 (0.1983)
	事例2 (1.33)	事例1 (0.2307)
↓ 集中	事例3 } (2.95) 事例4 }	事例4 (0.3111)
		事例3 (0.3617)
	事例5 (4.65)	事例5 (0.3624)

\* ホームズの計算による。

\*\* 筆者の計算による。

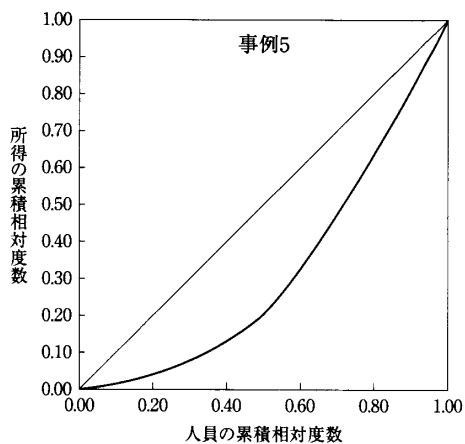
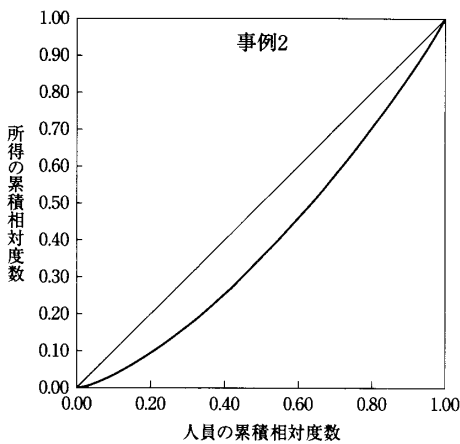
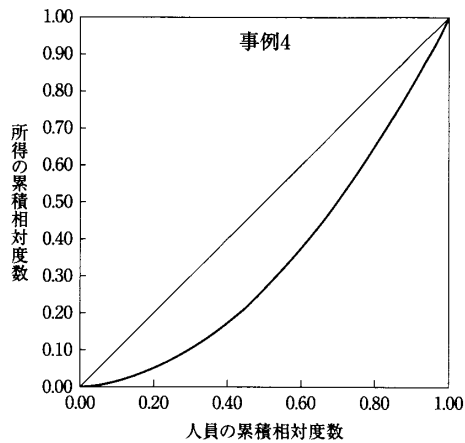
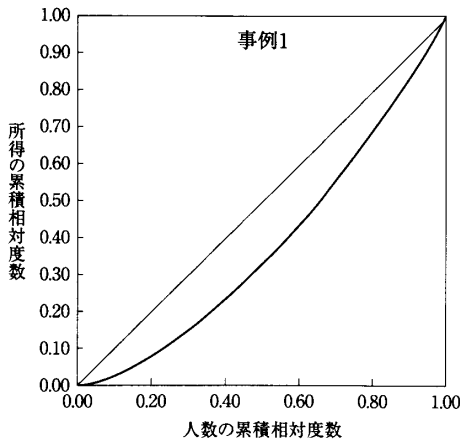
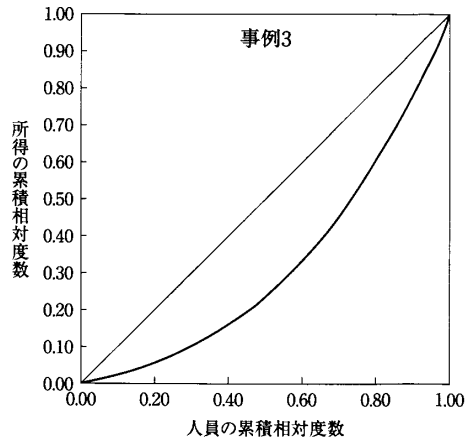


図 ホームズの数値例(表12)によるローレンツ曲線

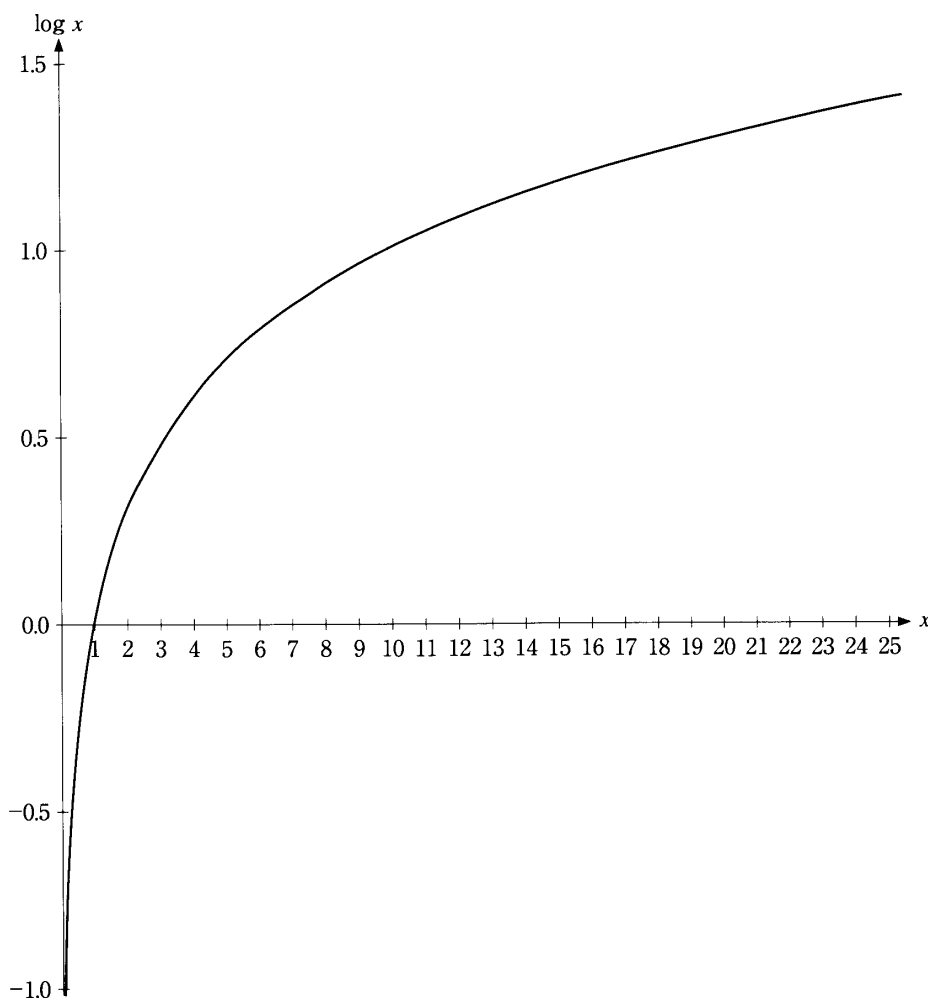
[補注2] 対数目盛について以下で簡単に補足しておく。対数の底  $a$  が 1 を越える場合 ( $a > 1$ )、 $y = \log_a x$  のグラフは一般に付図Aのようになる(ただし、以下の付図はいずれも  $a = 10$  となる常用対数についてである)。

付図Aから明らかなように、 $x$  軸の値は、 $y = \log x$  という関数(対数曲線)を媒介として、 $y$  軸上の値と 1 対 1 対応の関係がある。このとき、 $x$  軸上の値に対応する対数曲線上の点を縦軸上に正射影する。その結果、得られた縦軸上の点にこの  $x$  軸上の値を対応させることにする。そうすると、付図Aから付図Bを作図することができる。

この付図Bの縦軸に着目すると、そこに表示

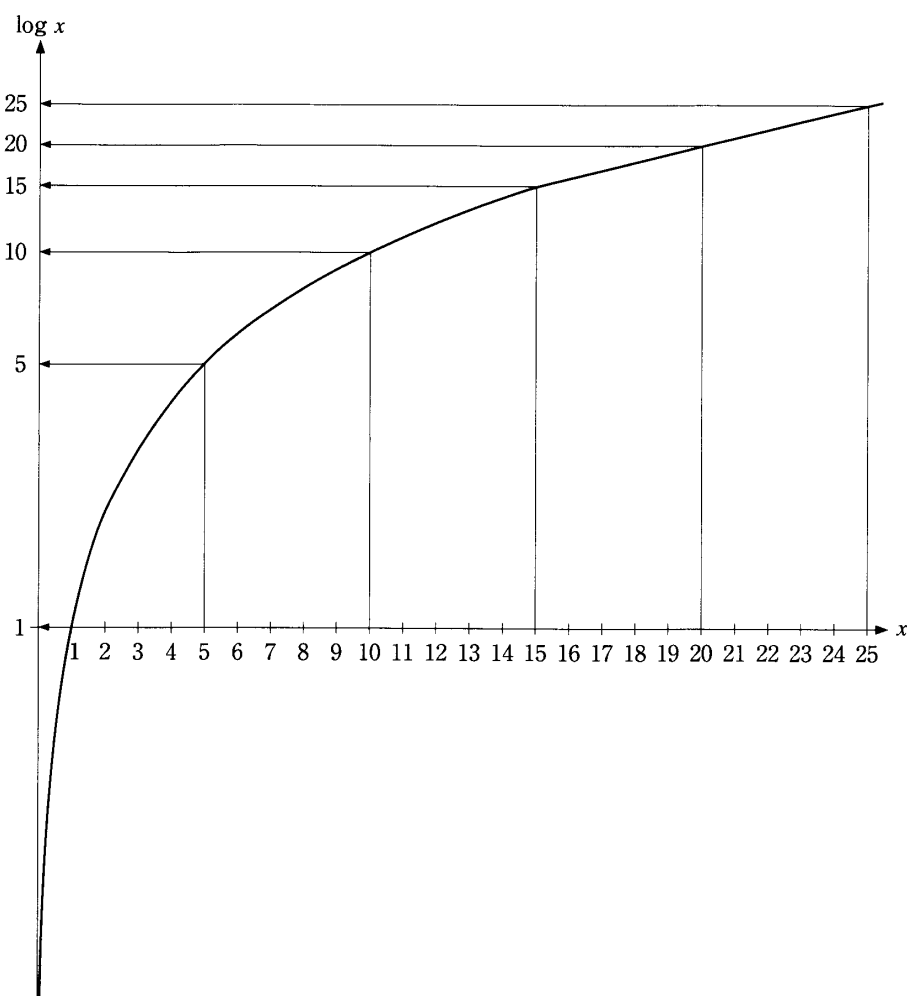
される連続量の並びは下方ほど間隔が疎で、上方に向かうほど間隔が密となっていることが分かる。グラフにおいてこのような目盛(対数目盛)を採用したものを「対数グラフ」と言い、両軸の一方を対数目盛としたグラフを半対数グラフ、両軸ともに対数目盛となっているグラフを両対数グラフと言う。本文で取り上げた「パレート法則」(図4、図5)は両対数グラフで示されている。

なお、時間的経過にもなって  $y$  軸上の値が  $x$  軸上の始点の値にくらべて極端に大きくなるようなときは、( $x$  軸については等間隔の目盛を用いるが、)  $y$  軸にだけ対数目盛を使うことがしばしばある(半対数グラフ)。



付図A 対数曲線 ( $y = \log_a x : a = 10$ )





付図B  $y = \log_a x$  を媒介とする  $x$  の  $y$  軸への正射影

[付記] 本稿の執筆にあたっては日本学術振興会から研究助成（2002 [平成 14] 年度～2004 [平成 16] 年度）を受けている（機関番号：30107，研究種目：基盤(B)(2)，課題番号：14402031，研究代表者：池田均北海学園大学経済学部教授）。