

タイトル	ディープ・ラーニングのペアーズ・トレーディングへの応用
著者	吉川，大介；YOSHIKAWA, Daisuke
引用	北海学園大学学園論集(181)： 67-75
発行日	2020-03-25

ディープ・ラーニングのペアーズ・ トレーディングへの応用

吉 川 大 介

1. はじめに

ファイナンス理論の代表的な価格決定原理の一つに無裁定と言われる原理がある。これは同じ価値をもつべき複数の証券はたとえ一時的に異なる価値を示したとしてもやがて同じ価値に回帰していくという原理だ。たとえば異なる取引所で取引されている同じ企業の株式を考えてみよう。もし A という取引所で取引されている株価と B という取引所で取引されている株価が異なれば、合理的な投資家は安い価格で取引されている取引所でこの株式を購入すると同時に高い価格で取引されている取引所でこの同じ株式を売却することでリスクを伴わずに利益を確定できるだろう。こうした取引を裁定取引とよび、裁定取引が可能なことを裁定機会が存在するという。しかし、多くの投資家が裁定機会の存在に気付いて裁定取引を繰り返せば、取引所間で存在する価格差はやがて埋められるだろう。その結果、裁定機会が消滅し無裁定の状態になったときに決まる価格のことを無裁定価格という。金融市場ではさまざまな証券が取引されているが、基本的には上でみたような過程により証券は無裁定価格に落ち着くというのが無裁定価格原理である。

無裁定価格原理のもっとも重要な含意の一つは、この原理により複数の証券の価格間の関係が特定できるという点だ。そのため、たとえば Cochrane (2005) などは無裁定価格原理のことを「相対価格原理」といった呼び方もしている。しかし、実際の取引において裁定機会を十分に利用することはしばしば難しいことも指摘されている。本当に裁定機会があるとしてもその機会はすぐに使い尽くされるというのがその理由の一つだ。もう一つの理由は裁定機会があるように見えても実は誤認に過ぎない場合も多いためだ。

そこで裁定機会よりも少しルーズなアイデアとして統計的裁定と言われるアイデアがヘッジ・ファンドをはじめとした投資業者によってしばしば証券取引に利用されている。統計的裁定も無裁定価格原理と同様に証券間の価格関係を特定しようとするものだが、確定的な関係を見つけ出そうとするわけではなく、期待値として価格間の関係を特定しようとする点で異なる。本稿で議

Date: December 14, 2019.

本研究は JSPS 科研費 18K01694 の助成を受けたものです。

論するペアーズ・トレーディングも統計的裁定を利用した取引手法の一つである。

ペアーズ・トレーディングは二つの銘柄の価格の動きにある種の規則性がみられるとき、その規則性を利用しようとするトレーディング手法だ。たとえばトヨタ株と日産株の株価の間に一定程度の比率を安定的にとる傾向が確認されているとしよう。トヨタ株に対して日産の株価は平均的にいっておおよそ10分の1程度になる、などだ。にもかかわらず、あるときトヨタ株が日産株よりも10倍以下、たとえば5倍の価格を付けたのであればトヨタ株をロングすると同時に日産株をショートすればよい。もしトヨタと日産の株価が10対1の関係をとりというのが妥当なのであれば、トヨタ株は上がっていき日産株は下がっていく、などによって妥当な関係である10対1の比率に戻っていくはずだからだ。そして、そうした関係にもどったときにポジションを解消することで利益を確定することができるというわけだ。これがペアーズ・トレーディングといわれるトレーディング手法のあらましである。

重要なのは、二つの銘柄間の関係に見られる規則性を利用するという性質上、ペアーズ・トレーディングは二つの銘柄を両方とも取引する必要があるということだ。たとえば、上の例ではトヨタと日産の株価が妥当な水準から乖離した結果、トヨタ株が上がり、日産株が下がることで妥当な水準に戻ることを利用したが、実は統計的裁定により特定できるのは両者が妥当な価格関係に回帰するだろう、ということだけだ。つまり、トヨタ株は下がり続けるが、日産株がそれを上回る速度で下がることによって両者の株価の比率が10対1に戻るとこともありうるのだ。そのような場合にトヨタ株だけをロングしていたら大きな損失を生み出してしまうだろう。しかし、ペアーズ・トレーディングを行っていればトヨタ株のロングと同時に日産株をショートすることによって、トヨタ株の損失を日産株の利益でカバーできるのだ。もちろん日産の株価がさらに上昇した場合でも、トヨタ株がそれを上回る速度で上昇することでやはり両者の株価間の関係が10対1に回帰すれば利益は確保される。繰り返しになるが、重要なのは二つの銘柄それぞれの価格ではなく、価格間の関係を利用するということだ。そしてその意味でペアーズ・トレーディングという統計的裁定取引は「裁定」取引の一種と言われるのである。

さて、そうだとするとペアーズ・トレーディングにおいては、ペアーの銘柄をどのように決めるのかということが非常に重要になる。また、ペアーとなった銘柄間の価格がどの程度歪んだときにポジションをとるのかもペアーズ・トレーディングの実施においては重要となる。後者についてはたとえばYoshikawa (2017) などが、ペアー間の価格差の平均回帰性がある程度担保されたならばポジションをとる最適なタイミングを導き出す方法を提案するなど精緻な議論が展開されている。

しかし、一方でペアーの選定の方法については必ずしも決定的な手法が確立したわけではない。事実、これまでペアーの選定方法についてはディスタンス法 (Gatev et al. (2006)), 共和分法 (Vidyamurthy (2004)), あるいは確率的スプレッド法 (Elliott et al. (2005)) などさまざまな手法が提案されてきたが、決定的に優位な手法が確立されているわけではない。そこで本稿ではこれ

まで様々な形で提案されてきたペアーの選定方法のうち、特に有名でシンプルなことで知られているディスタンス法をベースに新たな手法を提案する。

ディスタンス法はありうる銘柄間のペアーの中から統計的にもっともつながりの深い銘柄を選定する手法である。ここでもっともつながりの深い銘柄とは、株価が似たような動きをするという意味合いだ。こうしたペアーを探す基準は必ずしも一意ではないが、ディスタンス法によれば、ペアー間の価格差が統計的にもっとも近いものを選ぶのがよいとされる。

本稿でも同様につながりの深い銘柄の選定方法を提案するが、その際にシンプルな価格差を用いるのに代わり、ディープ・ラーニングを用いた価格間のネットワーク構築を通じたつながりの特定を試みる。そういった意味で本稿はディスタンス法をベースとした新たなペアーズ・トレーディングの手法となることを企図する。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節ではディスタンス法の概要を示すとともに、本稿で提案するディープ・ラーニングを用いたペアーの選定法を概説する。第3節では、第2節で導入したディープ・ラーニングを用いたペアーズ・トレーディング手法を日本の自動車産業株に適用してみる。最後に第4節で結論を述べる。

2. 手 法

ペアーズ・トレーディングを行うにあたって必要な作業はいくつかあるが、基本的にはペアーの銘柄をどのように決め、どのように取引を行っていくのかのルールさえ明確にすればすぐにも始めることができる。この方法については様々な手法が提案されているが、もっとも有名かつ単純な方法として知られているのが Gatev et al. (2006) によるディスタンス法だ。

その他のペアーズ・トレーディングの手法と同様、ディスタンス法もペアーの決め方と取引の方法との二つの要素からなる。まずペアーの決め方の手順を示そう。最初に取り対象銘柄をいくつか決めておく。たとえば日経平均や日経 225 といったインデックスに登録されている銘柄などを選ぶのもいいし、特定の産業の主要企業の株式をピックアップしておくなどしてもいいだろう。可能ならば東京証券取引所をはじめとした主要な取引所に上場している取引可能なすべての銘柄をプールに入れてもよい。

次に選んだ銘柄群から適当にまず一つ銘柄を選ぶ。ペアーズ・トレーディングを行うためには、その銘柄のパートナーとなる銘柄を選ばねばならないが、ディスタンス法によればペアー候補となった2つの銘柄の過去の株価間の偏差の二乗和を計算し、その二乗和の小さいものを最初に選んだ銘柄のパートナー銘柄として選ぶのである。ただし各銘柄の価格は桁もさまざまなので単純に偏差を計算しても意味のある比較になるとは限らない。そこで、Gatev et al. (2006) らはあらかじめ過去の価格データを標準化することでこれに対処している。

このようにしていったんある銘柄のパートナーを選んだら、最初の手順に戻り別の銘柄をまた一つ適当に選び、その銘柄のパートナーを上と同じように価格間の偏差の二乗和を最小にすると

いう基準で選ぶ。以下同様の作業を繰り返し、すべての銘柄に対して価格間の偏差の二乗和が最小になるパートナーを選んだら、こうして選ばれたペアーからさらに一つだけペアーを選ぶ。選び方は、上で計算された価格間の偏差の二乗和が最小になるペアーを選ぶだけである。

以上がディスタンス法によるペアーの選定方法だ。このアイデアの背景にあるのは、ペアーズ・トレーディングにおける銘柄のペアーは価格の動きが「似た」ものであるべきだという考えである。偏差の二乗和の小さいペアーが似たような価格推移をするといつてよいかどうかは議論の分かれるところだが、一つのアイデアとしては妥当だろう。

次に選んだペアーを利用して取引を行っていかなばならない。そのためにはいつポジションを組み、いつポジションを解消するかルールを決めておく必要がある。そこでまず選んだペアーの間の価格差の標準偏差を計算する。先ほど見たペアーの選び方からもわかるように、ペアーの価格差は統計的には非常に小さくなるはずだ。たとえ一時的に大きく価格差が乖離したとしてもやがてまた両者は近づきゼロになるだろう。少なくとも、そのような想定をディスタンス法は前提している。だから、計算された価格差の標準偏差が示唆するのは、両銘柄間の価格差が標準偏差が示す値以上にはなりにくいということだ。典型的には標準偏差の2倍以上になることはほとんどないと考える。逆に言えば、もし取引期間において両銘柄の価格差が計算された標準偏差の2倍を超えたならば、妥当な価格関係は十分歪んだと考えてポジションをとるのである。具体的にはペアーの一方の銘柄の価格が高く、もう一方の銘柄の価格が低いことによって価格関係が歪んだのであれば、相対的に高い価格の銘柄をショートし低い銘柄をロングする。このようにしてオープンしたポジションはやがて両者の価格差がゼロになったときクローズすることで利益を確定できるというわけだ。これがディスタンス法による取引方法である。

さて、ペアーとなる銘柄のあるべき関係を両者の過去の株価の偏差に求めるという発想、そして過去の価格差の標準偏差だけを取引フラグに用いるという、銘柄選択から取引の実行にいたるすべてにおいてシンプルであることはディスタンス法の最大の魅力の一つである。しかし、手法が非常にシンプルであるため、ペアーの間の関係が将来にわたって安定的に維持できるかどうかといった頑健性については疑問が残る。そこで本論文ではディスタンス法のシンプルさを生かしつつ、ペアーの選択についていまだ少し精緻にできないか検討したい。

そのために近年注目を浴びているディープ・ラーニングの手法を応用してペアーの選択を行うこととする。まず基本的なアイデアについて概説しよう。ディスタンス法はペアーの選定にあたって銘柄間の価格差から一種の距離を計算し、その距離がもっとも小さい銘柄を関係が深いペアーとして選ぶ。ディスタンス法では距離を使って関係の深さを探し出そうとするわけだが、要はペアーズ・トレーディングにおけるペアーはなんらかの形で関係が深いことが重要になる。ディープ・ラーニングはニューラル・ネットワークを応用した技術であるという性質上、あるものと別のものの関係の深さを特定するという目的には適合しやすい。

具体的には以下のような手順でペアーズ・トレーディングを行っていく。まず、ディスタンス

法と同様に適当に一つ基準銘柄を選ぶ。次にその銘柄の株価を入力とし、その銘柄のパートナー候補となる銘柄の株価をアウトプットとするようなネットワークをディープ・ラーニングにより構築する。こうして出来上がったネットワークを用いて入力となる株価に対して出力となるパートナー候補の銘柄の株価を計算すれば、これはもちろん実際の株価とはある程度誤差があるはずだ。しかし、もしそうした誤差が相対的に小さい銘柄を特定することができれば、それは構築したニューラル・ネットワークがある特定の銘柄と基準銘柄の関係をうまく再現していることを含意する。これを基準銘柄と特に関係の深い銘柄としてパートナーに選ぶのである。

ディスタンス法が、基準銘柄とパートナー銘柄の距離が一時的に乖離してもやがてゼロに近づくことを仮定して行ったように、本稿ではパートナー銘柄の市場価格が一時的に理論価格から乖離してもやがて理論価格に回帰するものと想定する。ここで理論価格とはニューラル・ネットワークによって示唆される価格のことである。したがって、ポジションをクローズするのは市場価格と理論価格が合致したときとする。

それではポジションをオープンするときにどう決めるかだが、これもディスタンス法にならって決めたい。そのために取引期間に入る以前の基準銘柄の市場価格を用いてパートナー銘柄の理論価格を計算する。そして計算されたパートナー銘柄の理論価格と当該期間におけるパートナー銘柄の市場価格の差を計算し、この標準偏差を計算する。

こうして計算した標準偏差を用いてペアーズ・トレーディングを以下のように行っていく。まず取引期間において基準銘柄の株価の推移を観察していく。観察した基準銘柄の価格をディープ・ラーニングで構築したニューラル・ネットワークの入力として、パートナー銘柄のとりべき理論価格を計算していく。そして、その理論価格と実際のパートナー銘柄の市場価格を比較し、もしパートナー銘柄の実際の価格と理論価格との間の価格差が上で計算した標準偏差よりも大きく外れた値をとったとき価格に歪みが発生したと判断しポジションをとるのである。

具体的には、パートナー銘柄の市場価格が理論価格よりも高く外れた場合はパートナー銘柄を割高、基準銘柄を割安と解釈し、パートナー銘柄のショート、基準銘柄のロング・ポジションを組む。逆にパートナー銘柄の実際の価格がディープ・ラーニングの示唆する理論価格よりも低く外れた場合にはパートナー銘柄をロング、基準銘柄をショートする。そして、その後パートナー銘柄価格の歪みが修正され、市場価格と理論価格とが再び合致した時ポジションを解消するのである。

このような形で基本的なアイデアはディスタンス法に沿いつつディープ・ラーニングをペアーズ・トレーディングに応用するのである。

3. 数 値 例

さて前節で検討した方法で実際の株価を使ってペアーズ・トレーディングのシミュレーションを行ってみよう。上記したように、ペアーズ・トレーディングで用いる銘柄のプールには、日本

で取引されている上場銘柄すべてを範疇にいれることが可能だが実際にはそこまで幅を広げるのは計算上困難なことが多い。特に、ディープ・ラーニングは本質的に計算負荷が高くなりがちなのであまりに広い銘柄のプールからペアを選択すると膨大な計算時間が必要となる可能性がある。このようなとき一つの方法としてよく提案されるのが同じ産業から銘柄を選ぶということである。同じ産業のほうが価格の動きが似たものになりがちだからである。

本稿はディープラーニングをペアーズ・トレーディングに応用する一つの方法を提案するのが主要な目的なので、自動車産業にセクターを絞ってシミュレーション結果を紹介したい。特に銘柄のプールとして日産（銘柄コード：7201）、トヨタ（7203）、本田技研（7267）、スズキ（7269）、いすゞ（7202）、三菱（7211）、マツダ（7261）を用いることにした。そして基準銘柄に日産を選び、日産ともっとも関係の深いパートナー銘柄をディープ・ラーニングを用いて推定することにする。

計算にはPython 3を用いた。また、ディープ・ラーニングのパラメータ推定にはkerasを用いた。入力日産の株価だけなので入力の次元数は1、出力はその他の銘柄なので6になる。中間層の入出力数はすべて5とした。また、中間層は5層とし、活性化関数にはReLU関数を用いた（詳細はKrizhevsky et al. (2017) 参照）。入力層の活性化関数も同様にReLUとしたが、出力層の活性化関数のみ線形とした。またパラメータの最適化の基準には平均自乗誤差（MSE）を、そして学習率の設定にはAdadelta（Zeiler（2012））を用いた。

サンプルとシミュレーション用データはAlphaVantageからダウンロードした日次の終値を用いた。またあらかじめ欠損値は取り除いておき、対象とするすべての銘柄に対して価格がついている日のみ計算対象とした。

具体的には2000年1月4日から2015年12月28日までの3950日分のデータを訓練データとしてパラメータ推定を行った。そして通常のディープ・ラーニングの手続きにならって、2015年12月30日から2017年12月21日までの493日分のデータで検証を行った。次にこの検証データを用いて、日産の株価をニューラル・ネットワークに代入し、トヨタ、本田技研、スズキ、いすゞ、三菱、マツダのパートナー候補銘柄の理論価格を計算した。どの銘柄をパートナー銘柄とすべきかについては様々な方法が考えられるが、前節で述べたように今回は検証期間において実際のデータとニューラル・ネットワークが予測する株価との誤差がもっとも小さい銘柄を選ぶことにした。その結果、マツダがもっともモデルと実際の株価の誤差が小さい銘柄であることがわかった。これは一つの解釈であることに注意せねばならないが、ニューラル・ネットワークは基準銘柄である日産の株価とその他の株価ともっともつながりの深い関係を予測することが期待されるので、検証期間における誤差の小ささはニューラル・ネットワークが予測した関係性の深さの持続力を示唆しているといえるだろう。そうした意味でマツダを日産ともっともつながりの深い銘柄と解釈するのである。

逆に誤差がもっとも大きい、つまりもっとも関係が薄いとされた銘柄は三菱であることもわ

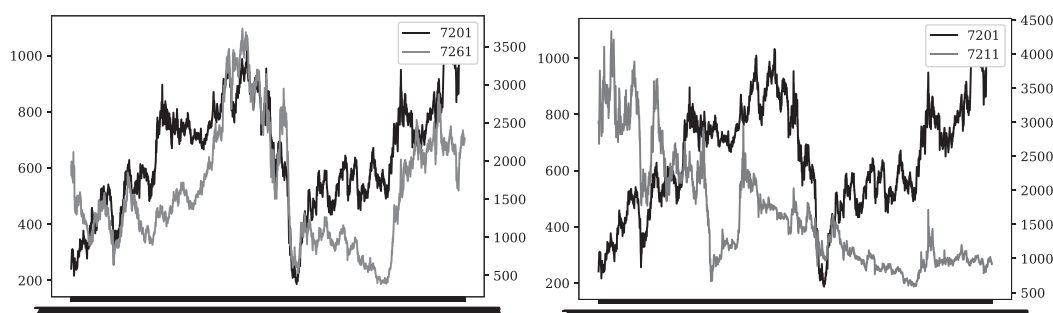


図 1. 左図は日産（7201）ともっとも連動すると判定されたマツダ（7261）の訓練期間における株価をプロットしたもの。右図は日産（7201）ともっとも連動しないと判定された三菱（7211）の訓練期間における株価をプロットしたもの。

かった。話は少し逸れるが、現在では日産と三菱が同じグループに所属していることを考えると興味深い結果であると言えよう。三菱が日産・ルノー・アライアンスに加わったのは2016年10月なので、データの訓練期間において両者は完全な別会社である。その意味ではニューラル・ネットワークが示唆する関連性の薄い企業を日産はグループに加えたので、少なくとも株価の上では多様性を確保する意味があったと言えよう。

参考までにこれらの銘柄の株価の推移も示しておこう。図1の左図は訓練期間における日産とマツダの株価をプロットしたものである。ただし、比較をしやすいするため、左の縦軸に日産の株価を、右の縦軸にはマツダの株価をとっている。同様に右図は訓練期間における日産と三菱自動車の株価をプロットしたものである。あくまでイメージではあるが、直感的にいても左図の日産とマツダの株価の推移のほうが右図の日産と三菱よりも連動しているように見えるのではないだろうか。こうしたイメージをディープ・ラーニングは正しく再現しているといえるだろう。

最後にこうして構築したネットワークを用いてペアーズ・トレーディングのシミュレーションを行った。このシミュレーションには2017年12月25日から2019年12月10日までの493日分の株価を用いた。

トレーディング・コードは以下の通りである。まずペアー選定に用いた2015年12月30日から2017年12月21日までのデータを用いて計算したマツダの株価の理論値と実際の価格との間の価格差の標準偏差を計算した。そして、取引期間である2017年12月25日から2019年12月10日までの日産の株価の市場価格を用いてマツダの株価の理論値を計算する。理論値の計算にはすでに構築したニューラル・ネットワークを用いる。この理論値と実際のマツダの株価が先に計算した標準偏差の2倍を超えたときにポジションをオープンし、再び理論値と実際の株価が合致したときにクローズした。また、ポジションをオープンしたまま投資期間の最終日である2019年12月10日を迎えた場合はロスが発生したとしても強制的にポジションをクローズして損益を算定した。

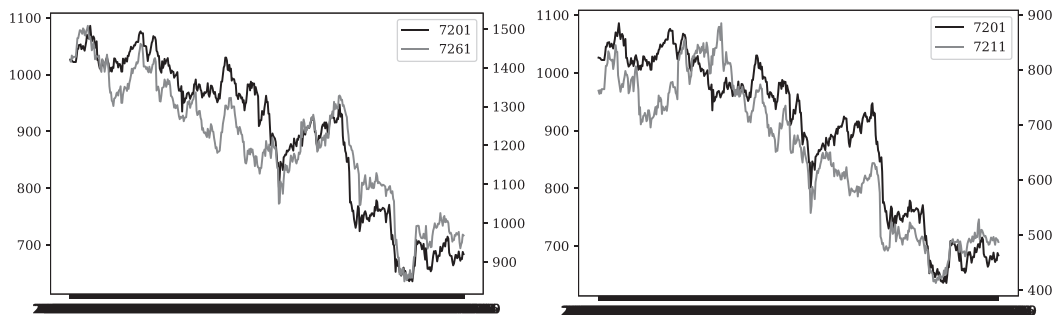


図2. 左図は日産(7201)ともっとも連動すると判定されたマツダ(7261)のテスト期間における株価をプロットしたもの。右図は日産(7201)ともっとも連動しないと判定された三菱(7211)のテスト期間における株価をプロットしたもの。

このようなシミュレーションにより年率換算して4.9%の収益率を実現することができた。ゼロあるいはマイナス金利下の経済においては十分な数字といえるだろう。また、比較のためにもっとも関連が薄いと判断された三菱をパートナーにした場合の収益も計算してみた。このときは-4.4%の損失が発生している。

このトレーディング期間における日産とマツダ、そして三菱の株価の推移をプロットしたのが図2だ。訓練期間におけるものとは異なる株価間の連動が見られるが、最終的な収益はマツダとのペアが勝っている。注意すべきはこのような損益を分けるデータの特性をチャートを観察することから直観的に推定することは難しそうなことである。こうしたときディープ・ラーニングなどを用いて推定することは有用である可能性がある。

4. おわりに

ペアーズ・トレーディングにおけるペアの選択方法については古くから様々な手法が提案されているが、いずれも決定的な優位性を示すことはできていない。しかし、そうした中でもディスタンス法はもっとも有名な手法の一つである。そこで、本稿はディスタンス法のアイデアをベースにディープ・ラーニングを用いた新しいペアーズ・トレーディング手法を示した。また、ディープ・ラーニングを用いた新しいペアーズ・トレーディング手法の応用例を特に日本の自動車産業株を用いて行ってみた。

しかし、本稿で示したようなディープ・ラーニングを用いた手法はまだ工夫の余地がある。たとえば、本稿では銘柄間のつながりの強さを測るのに、ネットワークの予期する理論値と市場価格との乖離の小ささを用いたが、他にもより有効な手法があるだろう。また、本稿で行ったのはあくまで数値シミュレーションの一例であり、包括的な検証ではない点にも注意せねばならない。

今後は本稿で示したディープ・ラーニングのペアーズ・トレーディングへの応用方法をパイロッ

ト版として、手法はより精緻なものに、そして検証はより包括的に行うことで完成度を高めることに注力する。

参考文献

- Cochrane, J. (2005). *Asset Pricing*. Princeton: Princeton University Press.
- Elliott, R., J. Van Der Hoek, and W. Malcolm (2005). Pairs trading. *Quantitative Finance* 5, 271-276.
- Gatev, E., W. Goetzman, and K. Rouwenhorst (2006). Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule. *Review of Financial Studies* 19, 787-827.
- Krizhevsky, A., I. Sutskever, and G. Hinton (2017). ImageNet classification with deep convolutional neural networks. *Communications of the ACM* 60, 84-90.
- Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs Trading: Quantitative Methods and Analysis*. JohnWiley & Sons.
- Yoshikawa, D. (2017). An entropic approach for pair trading. *Entropy* 19, 320.
- Zeiler, M. (2012). Adadelata: An adaptive learning rate method. arXiv: 1212.5701.

