2時点間の統計量の差と人口動態効果*

木　村　和　範**

〈要旨〉

所得分布にかんする2時点間の統計量の差を要因分解すれば，人口動態効果が検出される。この人口動態効果は「見かけ上」の格差の拡大を計測する指標と見なされている。

人口動態効果の数学的性質を検討した結果，人口動態効果は級内変動の差の一部と級間変動の差の一部の和であることが明らかになった。級内変動と級間変動は，いずれもそれが反映する社会的実体をもっている。このために，級内変動と級間変動を構成要素とする人口動態効果が計測する格差の拡大は実質的である。

〈Abstract〉

The Effect of Population Ageing (hereafter EPA) is considered to be an indicator of “apparent” gap widening. The EPA can be detected by decomposing the difference in statistics between the two time points on the income distribution. As a result of examining the mathematical nature of the EPA, the author reveals that it is composed of part of the intra-class difference and part of the inter-class difference. These variations both reflect social

＊本稿は，経済統計学会東北・関東支部例会（2018年12月1日，立教大学マキム・ホール）における研究報告（「所得分布と人口動態効果」）の一部である。
＊＊北海学園大学名誉教授

reality. For this reason, the widening of the gap measured by the EPA is substantial.

〈叙述の順序〉

はじめに

所得分布にかんして，比較時点における統計量[(1)]と基準時点における統計量の差をとれば，その差は，①級内変動，②級間変動，③人口動態効果の3つに要因分解される。平均対数偏差や対数分散の要因分解によって検出されるこの第3番目の人口動態効果が計測する格差の拡大は,「見かけ上」であるという見解がある。本稿は，一般式のレベルで要因分解式を考察し，人口動態効果が「見かけ上」の格差のための計測指標であるかどうかを検討する。

なお，所得分布にかんする平均対数偏差については，ムッカジーとショロックスの方式による要因分解式が誘導されている[(2)]。この要因分解式によって誘導される人口動態効果については，その有効性に疑義なしとしない[(3)]。このために，本稿では，その別解として誘導された平均対数偏差の要因分解式を含む一般式[(4)]を用いる。

文字の意味は以下のとおりとする。

(1) 本稿で取り扱う「統計量」とは，数理統計学の一般的な用法とは異なり，相加平均，分散，標準偏差，対数分散，平均対数偏差，変動係数，ジニ係数，平均差の8つの総称である。

(2) Mookherjee, D. and Shorrocks, A. F., “A Decomposition Analysis of the Trend in UK Income Inequality,” *The Economic Journal*, Vol. 92, 1982. なお，要因分解式の誘導については,次を参照。｢不平等,格差の分析手法　対数標準偏差　シュロックス分解」(http://takamasa.at.webry.info/20805/article_1.html, accessed on Jan. 18, 2018)

(3) 木村和範「平均対数偏差と人口動態効果」『経済論集』(北海学園大学経済学部) 第67巻第1号，2019年6月 (2019c)。なお，平均対数偏差の要因分解式としては，ムッカジーとショロックの方式によるものの他に別解がある。2種類の要因分解式の比較については，同「平均対数偏差の要因分解」『経済論集』(同) 第66巻第4号 (小坂直人教授・野嵜久和教授退職記念号)，2019年3月 (2019b)。

(4) 同「所得分布の要因分解式にかんする一般式とその応用」『学園論集』(北海学園大学) 第178号 (上浦正樹教授・野嵜久和教授退職記念号)，2019年3月 (2019a)。

0 ：基準時点

t ：比較時点

$Stat$：全年齢階級にかんする統計量（ただし，相加平均，分散，標準偏差，対数分散，平均対数偏差，変動係数，ジニ係数，平均差）

$Stat_j$：第 j 年齢階級にかんする統計量（ただし，相加平均，分散，標準偏差，対数分散，平均対数偏差，変動係数，ジニ係数，平均差）

m ：年齢階級の個数

k_j ：第 j 年齢階級に落ちる世帯数

N ：全年齢階級の世帯総数

$$\left(N=\sum_{j=1}^{m}k_j\right)$$

$p_j\left(=\dfrac{k_j}{N}\right)$：年齢階級別世帯シェア

$$\left(\sum_{j=1}^{m}p_j=1\right)$$

1．基準時点と比較時点における統計量の要因分解

(1) 基準時点

基準時点における全年齢階級にかんする統計量（${}^0Stat$）は以下のように要因分解される。

$${}^0Stat=\overbrace{\sum_{j=1}^{m}{}^0p_j\cdot{}^0Stat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{\sum_{j=1}^{m}{}^0p_j\,({}^0Stat-{}^0Stat_j)}^{\text{級間変動}} \tag{1-1}$$

ここで，次のように，級内変動（全年齢階級）を ${}_{Intra}^{0}Stat$ とおき，級間変動（全年齢階級）を ${}_{Inter}^{0}Stat$ とおく。

$$\begin{cases} {}_{Intra}^{0}Stat=\sum_{j=1}^{m}{}^0p_j\cdot{}^0Stat_j \\ {}_{Inter}^{0}Stat=\sum_{j=1}^{m}{}^0p_j\,({}^0Stat-{}^0Stat_j) \end{cases} \tag{1-2}$$

このとき，(1-1)式は

$${}^0Stat={}_{Intra}^{0}Stat+{}_{Inter}^{0}Stat \tag{1-3}$$

となる。

(2) 比較時点

(1-1)式を参照し，

$$\begin{cases} {}_{Intra}^{t}Stat=\sum_{j=1}^{m}{}^tp_j\cdot{}^tStat_j \\ {}_{Inter}^{t}Stat=\sum_{j=1}^{m}{}^tp_j\,({}^tStat-{}^tStat_j) \end{cases} \tag{1-4}$$

とおけば，比較時点における全年齢階級にかんする統計量（${}^tStat$）は以下のようになる。

$${}^tStat=\overbrace{\sum_{j=1}^{m}{}^tp_j\cdot{}^tStat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{\sum_{j=1}^{m}{}^tp_j\,({}^tStat-{}^tStat_j)}^{\text{級間変動}} \tag{1-5}$$

$$={}_{Intra}^{t}Stat+{}_{Inter}^{t}Stat \tag{1-6}$$

2．年齢階級別寄与分の差の要因分解

(1) 級内変動の差と級間変動の差

全年齢階級にかんする統計量（$Stat$）は，年齢階級別寄与分（${}^{Stat}C_j$）の総和であり，また，${}^{Stat}C_j$ は級内変動（${}_{Intra}^{Stat}C_j$）と級間変動（${}_{Inter}^{Stat}C_j$）の和であるから，年齢階級別の寄与分（基準時点）は以下のようになる。

$${}^{0Stat}C_j={}_{Intra}^{0Stat}C_j+{}_{Inter}^{0Stat}C_j$$

$$=\overbrace{{}^{0}p_j\cdot{}^{0}Stat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat-{}^{0}Stat_j)}^{\text{級間変動}} \qquad (2\text{-}1)$$

同様に比較時点については，以下のようになる。

$${}^{tStat}C_j={}^{tStat}_{Intra}C_j+{}^{tStat}_{Inter}C_j$$

$$=\overbrace{{}^{t}p_j\cdot{}^{t}Stat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat-{}^{t}Stat_j)}^{\text{級間変動}} \qquad (2\text{-}2)$$

(2-1)式と(2-2)式により，基準時点から比較時点までの年齢階級別寄与分の変化（${}^{\Delta Stat}C_j$）は，以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&{}^{\Delta Stat}C_j\\
&=\overbrace{{}^{tStat}C_j}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0Stat}C_j}^{\text{基準時点}}\\
&=\overbrace{\left({}^{tStat}_{Intra}C_j+{}^{tStat}_{Inter}C_j\right)}^{\text{比較時点}}-\overbrace{\left({}^{0Stat}_{Intra}C_j+{}^{0Stat}_{Inter}C_j\right)}^{\text{基準時点}}\\
&=\overbrace{\left\{\overbrace{{}^{t}p_j\cdot{}^{t}Stat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat-{}^{t}Stat_j)}^{\text{級間変動}}\right\}}^{\text{比較時点[(2-2)式]}}\\
&\quad-\overbrace{\left\{\overbrace{{}^{0}p_j\cdot{}^{0}Stat_j}^{\text{級内変動}}+\overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat-{}^{0}Stat_j)}^{\text{級間変動}}\right\}}^{\text{基準時点[(2-1)式]}}\\
&=\overbrace{\left(\overbrace{{}^{t}p_j\cdot{}^{t}Stat_j}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\cdot{}^{0}Stat_j}^{\text{基準時点}}\right)}^{\text{級内変動の差(第1項)}}\\
&\quad+\overbrace{\left\{\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat-{}^{t}Stat_j)}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat-{}^{0}Stat_j)}^{\text{基準時点}}\right\}}^{\text{級間変動の差(第2項)}}
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}3)
$$

(2-3)式において，年齢階級別級内変動の差と年齢階級別級間変動の差を，それぞれ ${}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j$ および ${}^{\Delta Stat}_{Inter.D}C_j$ とおくと，次式を得る。

$$
\begin{cases}
{}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j=\overbrace{\overbrace{{}^{t}p_j\cdot{}^{t}Stat_j}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\cdot{}^{0}Stat_j}^{\text{基準時点}}}^{\text{級内変動の差[(2-3)式第1項]}} & (2\text{-}4)\\
{}^{\Delta Stat}_{Inter.D}C_j=\overbrace{\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat-{}^{t}Stat_j)}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat-{}^{0}Stat_j)}^{\text{基準時点}}}^{\text{級間変動の差[(2-4)式第2項]}} & (2\text{-}5)
\end{cases}
$$

(2-3)式は，${}^{\Delta Stat}C_j$ が年齢階級別級内変動の差（${}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j$）と年齢階級別級間変動の差（${}^{\Delta Stat}_{Inter.D}C_j$）に分解されることを示している。したがって，２時点間における全年齢階級にかんする統計量の変化（$\Delta Stat$）にたいする第 j 年齢階級の寄与分（${}^{\Delta Stat}C_j$）は，(2-4)式と(2-5)式により，(2-3)式と同じ式を誘導することができる。

$$
\begin{aligned}
&{}^{\Delta Stat}C_j\\
&={}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j+{}^{\Delta Stat}_{Inter.D}C_j \qquad (2\text{-}6)\\
&=\overbrace{\left(\overbrace{{}^{t}p_j\cdot{}^{t}Stat_j}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\cdot{}^{0}Stat_j}^{\text{基準時点}}\right)}^{\text{級内変動の差[(2-4)式]((2-7)式第1項)}}\\
&\quad+\overbrace{\left\{\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat-{}^{t}Stat_j)}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat-{}^{0}Stat_j)}^{\text{基準時点}}\right\}}^{\text{級間変動の差[(2-5)式]((2-7)式第2項)}}
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}7)
$$

(2) 級内変動，級間変動，人口動態効果への分解

任意の複素数（したがって，任意の実数）a_1，b_1，a_2，b_2 について成立する次の恒等式，

$$a_1b_1-a_2b_2\equiv\frac{1}{2}(a_1+a_2)(b_1-b_2)+\frac{1}{2}(a_1-a_2)(b_1+b_2) \qquad (2\text{-}8)$$

を用いて，(2-7)式における級内変動の差

((2-4)式）と級間変動の差（(2-5)式）を以下のように整理する。これにより，(2-7)式は(2-11)式となる[5]。

$$
\begin{aligned}
&{}^{\Delta Stat}C_j\\
&= \overbrace{\left(\overbrace{{}^{t}p_j \cdot {}^{t}Stat_j}^{\text{比較時点}} - \overbrace{{}^{0}p_j \cdot {}^{0}Stat_j}^{\text{基準時点}}\right)}^{\substack{\text{級内変動の差}[(2\text{-}4)\text{式}]((2\text{-}7)\text{式第１項})\\ {}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j}}\\
&\quad + \overbrace{\left\{\overbrace{{}^{t}p_j\,({}^{t}Stat - {}^{t}Stat_j)}^{\text{比較時点}} - \overbrace{{}^{0}p_j\,({}^{0}Stat - {}^{0}Stat_j)}^{\text{基準時点}}\right\}}^{\substack{\text{級間変動の差}[(2\text{-}5)\text{式}]((2\text{-}7)\text{式第２項})\\ {}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j}}
\end{aligned}
$$

(2-7)［再掲］

$$
\begin{aligned}
&= \overbrace{\left\{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j) + \frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j + {}^{0}Stat_j)\right\}}^{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)[(2\text{-}8)\text{式による}]}\\
&\quad + \overbrace{\left[\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{t}Stat_j) - ({}^{0}Stat - {}^{0}Stat_j)\} + \frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{t}Stat_j) + ({}^{0}Stat - {}^{0}Stat_j)\}\right]}^{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)[(2\text{-}8)\text{式による}]}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j)}^{\substack{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})\\ ((2\text{-}9)\text{式第１項})}}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j + {}^{0}Stat_j)}^{\substack{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})\\ ((2\text{-}9)\text{式第２項})}}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{t}Stat_j) - ({}^{0}Stat - {}^{0}Stat_j)\}}^{\substack{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})\\ ((2\text{-}9)\text{式第３項})}}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{t}Stat_j) + ({}^{0}Stat - {}^{0}Stat_j)\}}^{\substack{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})\\ ((2\text{-}9)\text{式第４項})}}
\end{aligned}
$$

(2-9)

$$
\begin{aligned}
&= \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j)}^{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{0}Stat) - ({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j)\}}^{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})(\text{項の入替})}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j + {}^{0}Stat_j)}^{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat + {}^{0}Stat) - ({}^{t}Stat_j + {}^{0}Stat_j)\}}^{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})(\text{項の入替})}
\end{aligned}
$$

(2-10)

$$
\begin{aligned}
&= \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j)}^{\substack{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})\\ ((2\text{-}11)\text{式第１項})}}\\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)\{({}^{t}Stat - {}^{0}Stat) - ({}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j)\}}^{\substack{\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その１})\\ ((2\text{-}11)\text{式第２項})}}\\
&\quad + \qquad \overbrace{\frac{1}{2}({}^{t}Stat + {}^{0}Stat)({}^{t}p_j - {}^{0}p_j)}^{\substack{\text{級内変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})+\text{級間変動の差}\left({}^{\Delta Stat}_{Intra.D}C_j\right)(\text{その２})\\ ((2\text{-}11)\text{式第３項})}}
\end{aligned}
$$

(2-11)

ここで，

$$
\begin{cases}
\overline{p}_j = \dfrac{1}{2}({}^{t}p_j + {}^{0}p_j)\\
\Delta p_j = {}^{t}p_j - {}^{0}p_j\\
\Delta Stat = {}^{t}Stat - {}^{0}Stat\\
\Delta Stat_j = {}^{t}Stat_j - {}^{0}Stat_j\\
\overline{Stat} = \dfrac{1}{2}({}^{t}Stat + {}^{0}Stat)
\end{cases}
\qquad (2\text{-}12)
$$

とおき，(2-12)式を(2-11)式に代入すれば，年齢階級別の要因分解式として，次式が誘導される。

(5) 木村（2019a： 4 頁以下）

表　年齢階級別統計量の差の要因分解

統計量の差[(2-3)式]

$$^{\Delta Stat}C_j={}^{t\,Stat}C_j-{}^{0\,Stat}C_j$$

級内変動の差[(2-7)式第1項]

$$\overbrace{{}^tp_j\cdot{}^tStat_j}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^0p_j\cdot{}^0Stat_j}^{\text{基準時点}}$$

級間変動の差[(2-7)式第2項]

$$\overbrace{{}^tp_j\,({}^tStat-{}^tStat_j)}^{\text{比較時点}}-\overbrace{{}^0p_j\,({}^0Stat-{}^0Stat_j)}^{\text{基準時点}}$$

[(2-8)式]

$$a_1b_1-a_2b_2\equiv\frac{1}{2}(a_1+a_2)(b_1-b_2)+\frac{1}{2}(a_1-a_2)(b_1+b_2)$$

[(2-9)式第1項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j+{}^0p_j)({}^tStat_j-{}^0Stat_j)$$

[(2-9)式第2項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j-{}^0p_j)({}^tStat_j+{}^0Stat_j)$$

[(2-9)式第3項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j+{}^0p_j)\times\{({}^tStat-{}^tStat_j)-({}^0Stat-{}^0Stat_j)\}$$

[(2-9)式第4項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j-{}^0p_j)\times\{({}^tStat-{}^tStat_j)+({}^0Stat-{}^0Stat_j)\}$$

級内変動の差(その1)
[(2-11)式第1項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j+{}^0p_j)({}^tStat_j-{}^0Stat_j)$$

級間変動の差(その1)
[(2-11)式第2項]

$$\frac{1}{2}({}^tp_j+{}^0p_j)\{({}^tStat-{}^0Stat)-({}^tStat_j-{}^0Stat_j)\}$$

級内変動の差(その2)
+
級間変動の差(その2)
[(2-11)式第3項]

$$\frac{1}{2}\{({}^tStat+{}^0Stat)({}^tp_j-{}^0p_j)\}$$

[(2-12)式]

$$\bar{p}_j=\frac{1}{2}({}^tp_j+{}^0p_j),\quad \Delta p_j={}^tp_j-{}^0p_j,\quad \Delta Stat={}^tStat-{}^0Stat,\quad \Delta Stat_j={}^tStat_j-{}^0Stat_j,\quad \overline{Stat}=\frac{1}{2}({}^tStat+{}^0Stat)$$

級内変動[(2-13)式第1項]	級間変動[(2-13)式第2項]	人口動態効果[(2-13)式第3項]
$\bar{p}_j\cdot\Delta Stat_j$	$\bar{p}_j\cdot(\Delta Stat-\Delta Stat_j)$	$\overline{Stat}\cdot\Delta p_j$

(注) 統計量の差=級内変動の差+級間変動の差
級内変動の差=級内変動の差（その1）+級内変動の差（その2）
級間変動の差=級間変動の差（その1）+級間変動の差（その2）
級　内　変　動=級内変動の差（その1）
級　間　変　動=級間変動の差（その1）
人口動態効果=級内変動の差（その2）+級間変動の差（その2）

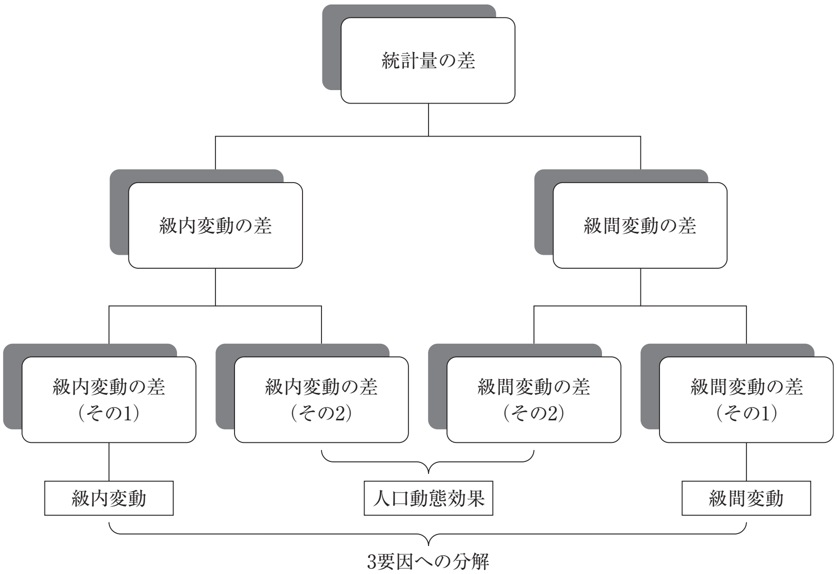

図　統計量の差の要因分解

$$
\begin{aligned}
&{}^{\Delta Stat}C_j \\
&= \overbrace{\bar{p}_j \cdot \Delta Stat_j}^{\text{級内変動（第}\,j\,\text{年齢階級）（(2-13)式第1項）}} \\
&\quad + \overbrace{\bar{p}_j \cdot (\Delta Stat - \Delta Stat_j)}^{\text{級間変動（第}\,j\,\text{年齢階級）（(2-13)式第2項）}} \\
&\quad + \overbrace{\overline{Stat} \cdot \Delta p_j}^{\text{人口動態効果（第}\,j\,\text{年齢階級）（(2-13)式第3項）}}
\end{aligned}
\qquad (2\text{-}13)
$$

以上に述べた(2-3)式から(2-13)式に至る数式の展開過程を変動別の一覧表にまとめれば，年齢階級別寄与分 ${}^{\Delta Stat}C_j$ は，前頁の表のようになる（表参照）。

ここに至り，人口動態効果の実体的基礎は，級内変動の差の一部と級間変動の差の一部の和であることが明確になる。この数学的関係を図示すれば，上図のようになる。この図は全年齢階級についても当てはまる。

む す び

本稿では，所得分布にかんする統計量の2時点間変化にたいする年齢階級別寄与分を構成する人口動態効果には実体的基礎（級内変動の差の一部と級間変動の差の一部）があることを述べた。そのゆえに，人口動態効果の数値の増減は「見かけ上」の格差の拡大・縮小を示すものではない。

全年齢階級にかんする統計量の差（$\Delta Stat$）についても同様のことが指摘できる。$\Delta Stat$ は，年齢階級別の要因分解式の総和である。すなわち，

$$
\Delta Stat = \sum_{j=1}^{m} {}^{\Delta Stat}C_j
$$

である。したがって，年齢階級別の統計量にかんする要因分解式（(2-13)式）について全年齢階級の総和をもとめることにより，全年

齢階級にかんする統計量の差は以下のようになり，級内変動，級間変動，そして人口動態効果の３つに要因分解される。

$$\Delta Stat$$

$$= \overbrace{\sum_{j=1}^{m} \bar{p}_j \cdot \Delta Stat_j}^{\text{級内変動（全年齢階級）}}$$

$$+ \overbrace{\sum_{j=1}^{m} \bar{p}_j \cdot (\Delta Stat - \Delta Stat_j)}^{\text{級間変動（全年齢階級）}}$$

$$+ \overbrace{\sum_{j=1}^{m} \overline{Stat} \cdot \Delta p_j}^{\text{人口動態効果（全年齢階級）}} \qquad (2\text{-}14)$$

ここに誘導された全年齢階級にかんする人口動態効果もまた，実体的な基礎をもつ。

(2019年2月20日提出)