HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ

学校法人北海学園 北 海 学 園 大 学 北 海 斎 科 大 学

タイトル	鉄骨造HPシェルの生成および温度応答に関する検討
著者	串山, 繁; KUSHIYAMA, Shigeru
引用	北海学園大学工学部研究報告(45): 1-28
発行日	2018-01-12

鉄骨造HPシェルの生成および温度応答に関する検討

串山 繁*

Study on Generation and Thermal Response of HP Shell Steel Structures

Shigeru Kushiyama*

要 旨

シェル構造物は、大空間を覆う魅力的な手段として用いられ、小規模な野外構造物から 体育施設、倉庫等とその用途は広い.ここ最近、設計ツールの充実に伴い自由曲面形状を 有する構造物の設計例が増えつつあるが、温度応答に関する公開資料は殆ど見当たらな い.そこで、本報告では多雪地域を想定した積雪荷重下の鉄骨造HPシェルを例に、過酷 な外気温の変動に曝された構造物の温度変化が部材応力・断面設計に及ぼす影響について 検討した.

1 HPシェル(Hyperbolic Paraboloid Shell)の生成法

HPシェルは、斜めに交わる直線ジェネレータを平行移動して線織面と呼ばれる曲面を形成 し、生成されている.図1.1(a)はHPシェルの基本要素を示したもので、図中の四辺形OABCの O、A、C点を同一レベルに固定し、B点を"上げ"または"下げ"て、対辺の等分割点を互い に連結することに拠り、容易に曲面を形成できることを示している。同図中の等分割点を結ぶ 直線を直線ジェネレータと呼び、異なる2方向の直線ジェネレータの交わる角度は直角も含め て任意でよい。同図(b)のバタフライ型HPシェルは、左右の頂点を上げ、前後の頂点を下げた HPシェルの基本要素を4つ組み合わせたものである。後述するバタフライ型HPシェルの解析 モデルは、右の上げ幅を左の1/2として生成したものである。

次に、鞍型HPシェルの生成法について説明する. 双曲放物面方程式は次式で与えられる¹.

^{*} 北海学園大学工学部建築学科

^{*} Department of Architecture and Building Engineering, Hokkai-Gakuen University

$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 2cZ \quad \text{titl} \quad a > 0, \ b > 0, \ c > 0$$
(1.1)

一方,双曲線の漸近線である直線ジェネレータは、下式で与えられる.

$$\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = \lambda, \quad \frac{X}{a} - \frac{Y}{b} = \frac{2cZ}{\lambda} \quad \text{ if tot} \quad \frac{X}{a} - \frac{Y}{b} = \mu, \quad \frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = \frac{2cZ}{\mu} \tag{1.2}$$



図1.1 HPシェルの基本要素およびバタフライ型シェルの生成

なお、ここで与えられた式の座標軸は、図1.2のE点を原点、Z軸正方向を下向きとした場合 である.双曲放物面方程式は、3つのパラメータa、b、cを用いて表されているが、これらの パラメータは、建物の形状を定義する図1.2(b)のマゼンタ〇印の座標値を代入して規定出来 る.Felix Candelaのソチミルコ・レストランの建物寸法(ただし、参照作品集²¹平面図の読み 取り寸法)を代入した具体的導出は、次の通りである。先ず、図1.2(b)のA~E点の座標値を 夫々A点($-x_w/2, -y_w/2, 0$)、B点($0, -y_w/2, Zt$)、C点($-x_w/2, y_w/2, 0$)、D点($0, y_w/2, Zt$)、 E点($0, 0, u_0$)と置く.ただし、この座標値はプログラム内で扱い易い様に、座標軸はZ軸正方 向を上向き、座標原点をE点からu₀下にあるとした場合である。(b)図に示す様に、直線ジェ ネレータはE点とA、Bの中点およびE点とC、Dの中点を通る。その中点を夫々A、Cと置 き、A、C、点を(1.1)式に代入したときの座標値を(X_1 , Y_1 , Z_1)と置き、B、D点を (1.1)式に代入したときの座標値を(X_2 , Y_2 , Z_2)と置く、更に $\bar{a} = 1/a^2$, $\bar{b} = 1/b^2$ と置くと、 次の連立方程式が得られる.

$$X_1^2 \tilde{a} - Y_1^2 \tilde{b} = 2Z_1 c \tag{1.3}$$

$$X_2^2 \tilde{a} - Y_2^2 \tilde{b} = 2Z_2 c \tag{1.4}$$

上式からãについて解くと、ãはパラメータcの関数として次の様に表される.

$$\tilde{a} = \frac{1}{a^2} = 2c \frac{\left(Y_2^2 Z_1 - Y_1^2 Z_2\right)}{\left(X_1^2 Y_2^2 - X_2^2 Y_1^2\right)}$$
(1.5)

同様にbもパラメータcの関数として表される.

$$\tilde{b} = \frac{1}{b^2} = 2c \frac{\left(X_2^2 Z_1 - X_1^2 Z_2\right)}{\left(X_1^2 Y_2^2 - X_2^2 Y_1^2\right)}$$
(1.6)

(1.5), (1.6) 式より,
$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{\left(Y_2^2 Z_1 - Y_1^2 Z_2\right)}{\left(X_2^2 Z_1 - X_1^2 Z_2\right)}$$

式を与えた際の座標軸の前提にしたがう様にZ座標値を考慮して、上式に具体的な寸法、即ち $(X_1, Y_1, Z_1) = (-x_w/4, -y_w/2, 0), (X_2, Y_2, Z_2) = (0, -y_w/2, u_0 - Zt)$ を代入すると、

$$b/a=2y_w/x_w=2(30)/12.4264=4.82843$$

が得られる.本論ではa=1, b=4.82843とし,図1.2(b)の定点A~Eを通る様にパラメータcを 逆算し、c=2.30785とした.

図1.3に示すソチミルコ・レストランのワイヤーフレーム画像は、上記で得られたパラメー タa, b, cを(1.1)式に代入して線織面を描き, z<0の不要な直線部分を消去した単一鞍型 シェルを生成後,それをπ/4ずつ回転し,隣接した鞍型シェルの接合部から下の不要な直線部 分を削除して,最後に跳ね出し部を追加して得たものである.なお,図中の圧縮アーチを表す 青色の放物線は参考のために示したもので,後述する解析では部材として考慮しておらず,骨 組を構成する部材は,斜交する直線ジェネレータ,シェルの交差部境界線および跳ね出し先端 の傾いた圧縮アーチである.



図1.3 ソチミルコ・レストラン (ワイヤーフレーム画像)

2 曲面構造解析の取扱い

直方体形状をした一般的な建物においては,部材断面を有効に使用する観点から柱および張 間,桁行方向の梁断面の強軸,弱軸の向きは自ずと定まるが,曲面構造物を扱う際には様々な 方向に向いた部材の強軸,弱軸平面を規定しなければならない.それ故,3次元解析法は2次 元解析法の拡張にすぎないが,曲面構造物を解析する際には,首尾一貫した考えの下で弱軸平 面を規定する取扱いが必要となる.以下に,座標変換マトリックスについて示した後,弱軸平 面を規定する点(以下,W_β点と呼ぶ)の算定法を示す.

2.1 座標変換マトリックス

全体座標系表示および部材座標系表示の外力および変位ベクトルは,座標変換マトリックス [**Γ**]を介して,次の関係式で結ばれている.なお,全体座標系は大文字,部材座標系は小文字 で表示している.

外力ベクトル:
$$\{f\} = [\Gamma]\{F\}, 変位ベクトル: \{\delta\} = [\Gamma]\{\Delta\}$$
 (2.1)

 $\mathbb{C} \mathbb{C} \{f\} = [f_{x1} \ f_{y1} \ f_{z1} \ m_{x1} \ m_{y1} \ m_{z1} \ f_{x2} \ f_{y2} \ f_{z2} \ m_{x2} \ m_{y2} \ m_{z2}]^T$

 $\{\delta\} = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & \theta_{x1} & \theta_{y1} & \theta_{z1} & u_2 & v_2 & w_2 & \theta_{x2} & \theta_{y2} & \theta_{z2} \end{bmatrix}^T$

[Γ]:全体座標系から部材座標系に変換する12×12の座標変換マトリックス
 (2.1)式を変形操作すると、全体座標系表示の要素剛性マトリックス[K]は、部材座標系表示の要素剛性マトリックス[k]と次の関係式で結ばれることが分かる。

$$[K] = [\Gamma]^{-1}[k] [\Gamma] = [\Gamma]^{T}[k] [\Gamma]$$
(2.2)

以下に、上記の座標変換マトリックス[Γ]が、3次元空間において如何に表されるのかについて要約する³.

(1) 部材軸と方向余弦

全体座標系を基準軸 (X, Y, Z), 部材座標系を部材軸 (x_m , y_m , z_m) で表示すると, 与えら れた梁要素に対して部材軸 x_m の方向は,次式で定義される方向余弦 C_x , C_y および C_z によって 決定することができる.

$$C_x = \cos r_x, \quad C_y = \cos r_y \quad \text{ is if } C_z = \cos r_z \tag{2.3}$$

ただし, *r_x*:*x_m*軸とX軸が挟む角, *r_y*:*x_m*軸とY軸が挟む角, *r_x*:*x_m*軸とZ軸が挟む角 梁要素のj端およびk端の座標値が基準軸(X, Y, Z)に関して既知であると,上記の方向余弦 は次の様に記述できる.

$$C_x = \frac{X_k - X_j}{L_i}, \quad C_y = \frac{Y_k - Y_j}{L_i}, \quad C_z = \frac{Z_k - Z_j}{L_i}$$
 (2.4)

ただし,

 $L_i = \sqrt{(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (Z_k - Z_j)^2}$

(X_i, Y_i, Z_i), (X_k, Y_k, Z_k): 夫々全体座標系で表示された梁要素のj端, k端座標値
 一方, 全体座標系表示のベクトルを[V], 部材座標系表示のベクトルを[V]で表したとき,
 座標変換マトリックス[C^s]を介して,

$$\begin{bmatrix} V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V}_1 \end{bmatrix}$$

$$(2.5)$$

$$\mathbb{I} \mathfrak{I} \mathfrak{5}, \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \overline{V}_2 \\ \overline{V}_3 \end{bmatrix}$$
(2.6)

ただし、 $C_{ij} = \cos r_{ij}$: 方向余弦

と表示できる.

(2) Y-Z-X変換とZ-Y-X変換

3次元空間においては、3つの変換手順を経て全体座標系表示から部材座標系表示への最終的な変換式、即ち(2.5)式を得る.この変換には、どの軸回りからの変換を先に施すかによって、Y-Z-X変換とZ-Y-X変換の2通りある.

(a)**Y-Z-X**変換

Y-Z-X変換は,最初にY軸回りの回転変換を行う.具体的には,基準軸Yを回転軸としてX 軸が部材軸xmのX-Y平面に対する水平投影に一致する様,角α回転させる.(2.6)の表記に倣 うと,この変換は次式となる.

$$\begin{bmatrix} V_{ax} \\ V_{ay} \\ V_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V}_x \\ \overline{V}_y \\ \overline{V}_z \end{bmatrix}$$
(2.7)

$$\mathcal{TZL}, \ \sin \alpha = \frac{C_z}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}}, \ \cos \alpha = \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}}$$

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha x} \\ V_{\alpha y} \\ V_{\alpha z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & 0 & \frac{C_z}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{C_z}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & 0 & \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V}_x \\ \overline{V}_y \\ \overline{V}_z \end{bmatrix}$$
(2.8)

$$\ddagger t \operatorname{tt}[V_{\alpha}] = [C_{\alpha}^{S}][\overline{V}]$$
(2.9)

と表せる.

次に、 Z_a 軸回りの回転変換を行う.これは、 Z_a 軸を回転軸として X_a 軸が部材軸 x_m に一致す

る様、角β回転させる操作である.先と同様 (2.6)の表記に倣うと、次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} V_{\beta x} \\ V_{\beta y} \\ V_{\beta z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{C_x^2 + C_z^2} & C_y & 0 \\ -C_y & \sqrt{C_x^2 + C_z^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ax} \\ V_{ay} \\ V_{az} \end{bmatrix}$$
(2.10)

 $\pm t$, $[V_{\beta}] = [C_{\beta}^{s}][V_{\alpha}]$

(2.11)

最後に X_{β} 軸(= x_{m} 軸)回りの回転変換を行う.これは、 X_{β} 軸を回転軸として Y_{β} 軸が部材軸 y_{m} に、また Z_{β} 軸が部材軸 z_{m} に一致する様、 ϕ_{y} 角回転する次式の操作である.

$$[V] = \left[C_{\phi_y}^s\right] [V_\beta] \tag{2.12}$$

以上 (2.9), (2.11), (2.12) をまとめると, 次式となる.

$$[V] = \left[C_{\phi_{y}}^{s}\right] \left[C_{\alpha}^{s}\right] \left[\overline{V}\right] = \left[C_{Y}^{s}\right] \left[\overline{V}\right]$$

$$(2.13)$$

上式によって示されるマトリックス演算を実行して、基準軸とY-Z-X変換によって与えら れた部材軸とを関連付ける回転マトリックスは、結果として次の様に定義される.

$$\begin{bmatrix} C_Y^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_x}{-C_x C_y \cos \phi_y - C_z \sin \phi_y} & C_y & \frac{C_z}{-C_y C_z \cos \phi_y + C_x \sin \phi_y} \\ \frac{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & \sqrt{C_x^2 + C_z^2 \cos \phi_y} & \frac{-C_y C_z \cos \phi_y + C_x \sin \phi_y}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ \frac{C_x C_y \sin \phi_y - C_z \cos \phi_y}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & -\sqrt{C_x^2 + C_z^2} \sin \phi_y & \frac{C_y C_z \sin \phi_y + C_x \cos \phi_y}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix}$$
(2.14)

(b)**Z-Y-X**変換

最後に得られる(2.14)相当式のみを表示すると、次式となる.

$$\begin{bmatrix} C_z^{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_x}{-C_x C_z \sin \psi_z - C_y \cos \psi_z} & \frac{-C_y C_z \sin \psi_z + C_x \cos \psi_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2}} & C_z \\ \frac{-C_x C_z \cos \psi_z + C_y \sin \psi_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2}} & \frac{-C_y C_z \cos \psi_z - C_x \sin \psi_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2}} & \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \sin \psi_z \\ \frac{-C_y C_z \cos \psi_z - C_x \sin \psi_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2}} & \frac{-C_y C_z \cos \psi_z - C_x \sin \psi_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2}} & C_z \end{bmatrix}$$
(2.15)

式(2.14),(2.15)における方向余弦は式(2.4)で与えられるが、か角とか角はまだ示されていない.3次元空間における3つの方向余弦は、基準軸に関する部材軸の位置を定義する.しかし、部材を材軸回りに回転して断面の向き、言い換えると弱軸平面(ym-xm平面)を設計者が意図する向きに一致させるためには、追加情報としてか角或いはか角が必要となる.

(3) ψ_y 角およびψ_z 角

X-Y-Z基準軸に関する y_m - x_m 平面の方向は、基準軸に関して y_m - x_m 平面内にはあるが、 x_m 軸線上にない点(W_P 点)と部材軸 x_m の位置とを知ることによって決定できる。 W_P 点を基準軸に関する位置ベクトル \overline{X}_P , \overline{Y}_P , \overline{Z}_P で表わし、それをY-Z-X変換によって X_β , Y_β , Z_β 座標系における位置ベクトルに、或いはZ-Y-X変換によって X_λ , Y_λ , Z_λ 座標系における位置ベクトル

に分解することができる. Y-Z-X変換に対してβ座標系における位置ベクトルは,式(2.8) および式(2.10)に拠り,次の様に表せる.

$$\begin{bmatrix} X_{\beta\rho} \\ Y_{\beta\rho} \\ Z_{\beta\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{C_x^2 + C_z^2} & C_y & 0 \\ -C_y & \sqrt{C_x^2 + C_z^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & 0 & \frac{C_z}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{-C_z}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & 0 & \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{X}_\rho \\ \overline{Y}_\rho \\ \overline{Z}_\rho \end{bmatrix}$$
(2.16)

位置ベクトル $Y_{\beta p}$ および $Z_{\beta p}$ は, $y_m - z_m$ 平面における点pの位置を定めるものである. それ故, Y-Z-X変換に対して ϕ_y 角は次式によって定義される.

$$\sin \phi_{y} = \frac{Z_{\beta p}}{\sqrt{Y_{\beta p}^{2} + Z_{\beta p}^{2}}}, \ \cos \phi_{y} = \frac{Y_{\beta p}}{\sqrt{Y_{\beta p}^{2} + Z_{\beta p}^{2}}}$$
(2.17)

同様に、Z-Y-X変換に対する∮₂角は、次式によって定義される.

$$\sin \phi_z = \frac{Z_{xp}}{\sqrt{Y_{\lambda p}^2 + Z_{\lambda p}^2}}, \quad \cos \phi_z = \frac{Y_{\lambda p}}{\sqrt{Y_{\lambda p}^2 + Z_{\lambda p}^2}}$$
(2.18)

以上,式 (2.17),(2.18)を式 (2.14),(2.15)に代入すると,座標変換マトリックスの要素全てが確定したことになる.ただし,式(2.14),(2.15)で表示された座標変換マトリックスは、3×3のサイズであり、ひとつの節点の併進成分(回転成分も同様)に関するものである.以上を踏まえ、3×3のサイズを12×12のサイズに拡張した次の座標変換マトリックスが、(2.1)式の[Γ]に一致する.

変位ベクトル:
$$\begin{bmatrix} u_{j} \\ v_{j} \\ w_{j} \\ \theta_{j} \\ \theta_{j} \\ \theta_{j} \\ \theta_{k} \\ \theta$$

ただし、上式の3×3部分マトリックスは、式(2.14) 或いは(2.15) を意味する.

2.2 弱軸平面を規定するW_P点の算定法

 $W_{P,c}$ は、前節で述べたY-Z-X或いはZ-Y-X変換の最後の変換、即ち部材軸 x_{m} 回りの回転角 ϕ_{y} および ϕ_{z} の規定において必要となる座標値データである。 $W_{P,c}$ は部材の弱軸平面に存在す る部材軸線上に存在しない点であればよい. W_P点のシステマティックな算定法については, バタフライ型HPシェルと鞍型HPシェルに分けて以下の様に考えた.

(1) バタフライ型HPシェル

図 2-1 (a)に示す様に、W_P点を算定する部材ABを \vec{V} と置き、部材ABの端点で斜交する左右 或いは上下の部材ベクトルを \vec{RV} 、 \vec{LV} (または \vec{FV} 、 \vec{BV})と置く.また、部材ABの中点M_Pを 通る \vec{RV} 、 \vec{LV} を平均したベクトルを \vec{TV} と置く、このとき \vec{V} と \vec{TV} でつくられる平面は中点M_P における接平面であると見做し、接平面と部材の強軸平面が平行する様に部材の向きを決定す ると仮定する.この考えに従うと、 \vec{V} と \vec{TV} の外積は、 \vec{V} と \vec{TV} でつくられる平面、即ち接平面 に垂直な方向ベクトルの成分を表し、次式で与えられる.

 $a = V(2) \cdot TV(3) - V(3) \cdot TV(2), \quad b = V(3) \cdot TV(1) - V(1) \cdot TV(3), \quad c = V(1) \cdot TV(2) - V(2) \cdot TV(1)$

また、中点 $M_{P}(x_{m}, y_{m}, z_{m})$ を通り、方向ベクトル(a, b, c)を有する直線ベクトルは次式で与えられる.

$$(x, y, z) = (x_m, y_m, z_m) + t \cdot (a, b, c)$$
(2.20)

上式のtに適当な値を付与すれば、W_P点の座標値が得られる.図2-2は、弱軸平面が部材軸を 含むHPシェル表面に対する接平面の法線方向であると仮定して得られたW_P点を○マーカーで 表示した例である.

(2) 鞍型HPシェル

ソチミルコ・レストランにおいては、図2-1(b)に示す様に部材ABに対して両側(庇跳ね 出し先端を繋ぐ圧縮アーチのみ片側)に隣接平面が存在するので、両サイドの3点A, B, C を通る平面および3点A, B, Dを通る平面の法線ベクトルを求め、その平均ベクトルを部材 ABの中点を通る弱軸平面を規定する方向ベクトルと見做すと、上記と同様に直線ベクトルが 得られる.なお、3点A, B, Cを通る平面の法線ベクトルは、*AB*と*AC*或いは*AB*と*CB*を組 み合わせた2つのベクトルの外積として得られる.





 A
 D

 (b) ベクトルABに隣接する平面



図2-2 W_P点(弱軸平面参照点)

3 温度応答解析

3.1 解析方針・解析仮定

本報告は鉛直荷重を受ける弾性解析結果について示したものであり, 地震時, 風荷重時については検討していない. この前提の下, 次の手順で応力解析, 断面設計を行った.

解析手順

STEP1:冬季常時荷重(部材自重+屋根自重+積雪荷重)時応力解析→自動断面設計

STEP2:冬季温度荷重時応力解析(入力部材データ:STEP1の断面設計終了時部材)

STEP3:合成荷重時(STEP1+STEP2)応力解析→自動断面設計

注) 夏季も冬季同様STEP1~STEP3の手順とする.

夏季について検討したのは、温度荷重を考慮した場合にいずれの季節がより厳しいのかを確認する為である.

解析は鉄骨造を対象としており,使用部材は表3.1に示すSTKN 490Bの鋼管とした.プログ ラムは強軸,弱軸の断面2次モーメントが異なる矩形断面部材も扱えるが,ここではそれらの 値が相等しい鋼管を用いた.STEP1の解析スタート時入力部材データは,バタフライ型HP シェルにおいては全て表中のNo.5, 鞍型シェルにおいては全てNo.2とした.得られた部材 応力に対して,組み合わせ応力≤許容応力度を各部材が満たすまで,部材断面を更新しながら 繰り返し計算を行った.具体的には,引張強度490(N/mm²)を用いた際の基準値をF=325 (N/mm²),ただしt≤40mm,鋼管の長期各許容応力度を次の通りとし,下記に示す組み合わせ 応力判定式を用いて断面設計を行った.ただし,本論においては後述する様に積雪荷重を大胆 に仮定したので,上記基準値Fに低減係数0.85を乗じた値を応力判定のF値とした. 許容曲げ応力度 $f_t = F/1.5$,許容引張応力度 $f_t = f_t$,許容せん断応力度 $f_t = f_t/\sqrt{3}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0.4 (\lambda)^2 \end{bmatrix}_E$

許容圧縮応力度
$$f_c: \lambda \leq \Lambda \mathcal{O}$$
とき、 $f_c = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0.4 \\ \Lambda \end{pmatrix} \end{pmatrix}^T}{v}, \lambda > \Lambda \mathcal{O}$ とき、 $f_c = \frac{0.277F}{\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}$ (3.1)

ただし, $\Lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{0.6F}}$:限界細長比, λ : 圧縮材の細長比, E: ヤング係数, $v = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2$

許容応力度の設計式としては, x, y軸回りの曲げモーメント*M_x*, *M_y*に圧縮軸力或いは引張 軸力Nを組み合わせた以下の判定式を用いた.

No.	No. 寸法		断面積	単位 質量	断面2次 モーメント	断面2次 半径	断面 係数
n		m	cm ²	kg/m	cm ⁴	cm	cm ³
	D	t			I	i	Z
1	114.3	6	20.41	16	300	3.83	52.5
2	2	5	25.16	19.8	808	5.67	97.8
3	165.2	6	30.01	23.6	952	5.63	115
4		7.1	35.26	27.7	1100	5.6	134
5	2	5.8	38.36	30.1	2130	7.45	197
6	2	8.2	53.61	42.1	2910	7.36	269
7	216.3	10	64.81	50.9	3460	7.3	320
8	3	12	77.02	60.5	4030	7.24	373
9		12.7	81.23	63.8	4230	7.21	391
10	2	6.6	54.08	42.4	4600	9.22	344
11	267.4	9.3	75.41	59.2	6290	9.13	470
12		12.7	101.6	79.8	8260	9.02	618
13	2	6.9	67.55	53	8200	11	515
14	0105	7.9	77.09	60.5	9300		584
15	318.0	10.3	99.73	78.3	11900	10.9	744
16		12.7	122	95.8	14300	10.8	897
17	2	9.5	103.3	81.1	15500	12.2	871
18	2	11.1	120.1	94.3	17800	12.2	1000
19	355.6	12.7	136.8	107	20100	12.1	1130
20	3	16	170.7	134	24700	12	1390
21		19	200.9	158	28500	11.9	1610
22	2	9.5	118.5	93	23300	14	1150
23	100.1	12.7	157.1	123	30500	13.9	1500
24	400.4	16	196.2	154	37400	13.8	1840
25		19	231.2	182	43500	13.7	2140
26	450	19	257.3	202	59900	15.3	2660
27	2	12.7	177.3	139	43800	15.7	1920
28	457.2	16	221.8	174	54000	15.6	2360
29		19	261.6	205	62900	15.5	2750
30	E00	19	287.1	225	83200	17	3330
31	500	22	330.4	259	94600	16.9	3780

表3.1 建築構造用炭素鋼鋼管 (STKN) 490B

注)鉄骨建設業協会、全国鐡構工業協会、「建築構造用鋼材便覧」、平成29年1月から抜粋

串 山 繁

$$N < 0 \mathcal{O} \succeq \mathring{\mathfrak{S}}, \quad \frac{\sigma_c}{f_c} + \frac{c\sigma_{bx}}{f_{bx}} + \frac{c\sigma_{by}}{f_{by}} \le 1 \quad \underline{\mathbb{H}} \mathcal{O} \quad \frac{t\sigma_{bx} + t\sigma_{by} - \sigma_c}{f_t} \le 1$$
(3.2)

$$N > 0 \mathcal{O} \succeq \mathring{\mathfrak{S}}, \quad \frac{\sigma_t + t\sigma_{bx} + t\sigma_{by}}{f_t} \le 1 \quad \underline{\mathbb{H}} \mathcal{O} \quad \frac{c\sigma_{bx}}{f_{bx}} + \frac{c\sigma_{by}}{f_{by}} - \frac{\sigma_t}{f_b} \le 1$$
(3.3)

ただし, to bx, co bx: x軸回りの曲げによって生ずる引張側, 圧縮側応力度

tow, cow: y軸回りの曲げによって生ずる引張側, 圧縮側応力度

fbx, fby:x, y軸回りの許容曲げ応力度

上記判定式を満足するまで繰り返し計算を行った.なお,鉄骨のヤング係数はE=205(kN/mm²),せん断弾性係数はG=79(kN/mm²),温度荷重時解析の鉄骨の熱膨張係数はα=12×10⁻⁶ (1/℃)と仮定した.骨組の部材自重は部材ランクに応じた単位長さ当たりの重量×部材長を 両端節点に1/2ずつ振り分けた.また,屋根荷重については総屋根荷重(=屋根の水平投影面 積×1.0(kN/m²))を後述するバタフライ型HPシェル:総屋根重量256(kN),鞍型HPシェル (ソチミルコのレストラン):対称性を考慮した解析モデル1/4に対して287.311(kN)と仮定 し,それを骨組の部材自重の節点力比で按分して鉛直下向きに作用させた.その他の解析仮定 としては,部材の接合条件は全て剛-剛,簡単のために部材接合部金物を考慮しなかった.な お,境界条件については解析結果の節にて説明する.

3.2 積雪および温度荷重

(1) 積雪荷重

積雪は札幌市を想定し,積雪深1(m),比重0.3,即ち積雪荷重Sw=3(kN/m²)を仮定した. 曲面形状を有する屋根上積雪深については,「建築物荷重指針を活かす設計資料集1」⁴⁾におい ても参考例を述べるに留まり,具体的な規定および風洞実験例は見当たらない.そこで,解析 例のシェル形状はいずれも相当程度の屋根勾配を有し,屋根仕上げ材が摩擦抵抗の少ない材料 で施工されているとの前提で,構造物高さ最頂部での積雪荷重を0.1Sw,脚部での低減無しと して1.0Sw,中間の高さは各節点支配面積の図心高さに応じて0.1Sw~1.0Swの範囲内で線形 内挿補間した.ただし,バタフライ型HPシェルは屋根面の曲率が小さいので,上記内挿補間 値に支配面積の辺長比を1.25倍(即ち面積比1.25²=1.5625倍)した割増係数を更に乗じた値 とした.

(2) 温度荷重

建物は過酷な外気温や日射の影響を受けて,季節的な温度伸縮に日間の温度伸縮が重なり 日々の温度伸縮が繰り返されている.通常,部材の有効温度として夏季においては,季節的な 温度変動+日間の温度変動+日射の影響,冬季においては季節的な温度変動+日間の温度変 動,を考慮する取扱いを行う. 本報告の温度応答計算時の年間温度変動幅は札幌市を想定し、100年再現期待値60.1(℃)⁴に 日射の影響を考慮した変動幅を加えて相当外気温を70℃と仮定する.一方,温度伸縮が生じな い基準点は温度変動幅70℃の中心にあるとし,温度変化をT=±35℃と仮定した.鉄骨のヤン グ係数をE,熱膨張係数をα,部材断面積をAと置くと,温度変化に拠る部材座標系表示の等価 節点力は,次式で表される.

$$\{f_e\} = [f_{x1} \ f_{y1} \ f_{z1} \ m_{x1} \ m_{y1} \ m_{z1} \ f_{x2} \ f_{y2} \ f_{z2} \ m_{x2} \ m_{y2} \ m_{z2}]^T$$

ここで、座標変換マトリックスを $[\Gamma]$ と置くと、 $\{f_e\}=[\Gamma]\{F_E\}$ であるから、全体座標系表示の 等価節点力は、次式で表せる、 $\{F_E\}=[\Gamma]^{T}\{f_e\}$ (3.5)

4 解析結果および考察

4.1 バタフライ型HPシェル

(1) 3点ピン支持冬季時解析結果

ここでは,解析手順STEP1~STEP3の結果について検討する.図4.1は,節点番号,部材 番号の付番で,部材接合部右下に節点番号を,部材中点近傍に部材番号を表示している.な お,図中マゼンタの○印を付した節点1,11,121は外的にはピン支持と仮定した.

先ず, STEP1の冬季常時荷重(=部材自重+屋根自重+積雪荷重)時の解析結果を示す.

図4.2は節点変位図で、Z座標値-8(m)の手前側が節点1,奥側が節点121,Z座標値0(m)の右端が節点11に対応し、ピン支持されている.青線が変形前、赤線が変形後の変位を表す.

	0			(102	Fran	ne shap	e, node	& mem	ber nun	nber		100110	
	0	-	120	12102	1/0	150	160	170	180	100	200 /	210	220
		-	10091	140	10/03	10:04	10/95	10596	100	10-08	10099	100100	110
	6		110	10102	120	1/10	150	160	170	1.80	10000	200	210
			00 81	00 82	01 83	02.84	02 85	04 86	0 87	00 88	07 89	00 90	00
	4		118	90 02 1∲8	138	148	158	94 00 168	95 07 178	188	198	208	218
			78 71	76 72	80.73	81 74	82 75	83 76	8/ 77	85 78	86 79	87 80	88
			117	127	137	147	157	167	177	187	197	207	217
	2		67 61	6g 62	69 63	70 64	71 65	72 66	78 67	74 68	75 69	76 70	77
			116	126	136	146	156	166	176	186	196	206	216
≻	0		56 51	57 52	58 53	59 54	60 55	61-56	62 57	63 5 8	64 59	65 60	66
		1	115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215
			45 41	46 42	47 43	48 44	<u>49 45</u>	50 46	51 47	52 48	53 49	54 50	55
	-2		114	124	134	144	154	164	174	184	194	204	214
		1	<u>34 31</u>	3 5 32	36 <mark>33</mark>	37 34	38-35	39 36	4 <mark>0 37</mark>	41 38	42 39	43 40	44
	-4		113	123	133	143	1 53	163	173	183	193	203	213
			23 21	24 22	25 23	26 24	27 25	28 26	20 27	30 28	31 29	<u>32 30</u>	33
	-6		112	122	132	142	152	162	172	182	192	202	212
	Ŭ		12 11	1 <mark>β 12</mark>	14 13	15 14	16 15	17 16	18 17	19 18	20 19	21 20	22
			111	121	131	141	151	161	171	181	191	201	211
	-8	10 -8	St-1	2 <mark>6 2</mark>	3-3 -4	4 4 2	55 () ^{6 6}	72 7	8 8 4	9 9 6	10-10	B ¹¹ 10
							~	,					

図4.1 節点番号,部材番号(真上からの俯瞰)

串 山

繁



図中左下に示した数値は各方向の最大絶対変位である.Z(鉛直)方向の最大値は41節点(図 4.3に示す対称軸上シェル中央部)で発生している.図4.3は,STEP1の断面設計終了時の部 材ランク(表3.1のNo.欄)を示したもので,赤字は解析スタート時の一律の部材ランク5か らランクアップした部材である.

次に、冬季温度変化をT=-35℃と仮定したSTEP2の解析結果を示す.なお、この際の部材 入力データは図4.3に示したSTEP1断面設計終了時の部材とした.図4.4は、節点変位図を示 したもので、先の図4.2とは異なり骨組左端頂部の節点111付近で逆方向の鉛直上向きに変位 し、骨組中央部では先と同様下向きに変位している.頂部付近で上向きに変位したのは、中央 部が冷えて部材が縮んだ反動としての反り返しが現れたものと推察される.一方、図4.5は、 真上から俯瞰した冬季常時荷重時と温度荷重時の合成荷重の解析スタート時合成鉛直変位を示 している.同図から合成鉛直変位は、骨組中央部で凹み、左端頂部で逆に上向きに変位してい ることが分かる.一方、図4.6~4.8は合成荷重の解析スタート時における主要な部材応力(軸 力、部材座標系表示のz軸、y軸回りモーメント)を示し、左図は冬季常時荷重時(即ち、積雪 荷重時)応力、右図は温度荷重時の応力である.これら3つの図より、温度荷重時には材軸方 向の熱伸縮によって生ずる軸力が支配的で、温度荷重時の軸力は積雪荷重の約82%であること が分かる.

次に、これらの積雪荷重時応力と温度荷重時応力を重ね合わせた最終結果について述べる. 冬季は温度荷重を考慮することに拠りリスクが高まり、応力解析と断面設計が繰返し実行され る.図4.9は節点変位図、図4.10~4.12は主要な応力、図4.13は最終的に得られた部材ランク を示したものである.図4.13において赤字の部材は、図4.3に示したSTEP1終了時からランク アップされた部材を示し、それらは両端ピンの境界梁近傍にある.同図から設計において温度 応力を無視できないことが分かる.







Р

繁







図4.9 合成荷重時節点変位







(2) 3点ピン支持夏季時解析結果

夏季の解析結果について,以下に述べる.図4.14~4.16は,主要な部材応力を示し,左図は 夏季常時荷重時,右図は温度荷重時の応力である.なお,温度荷重時応力は冬季と符号が反対 で絶対値が等しい.図4.14の右図より,部材が伸びることにより両端点が拘束されている境界 梁の部材軸力が期待通り圧縮になっていることが分かる.また,夏季合成荷重時においては, 図4.17から骨組左端頂点の鉛直変位が温度荷重の影響で夏季常時荷重時の変位よりも更に下が ること,図4.18から軸力の最大絶対値が図4.12に示した冬季合成荷重時の約81%に低下するこ とが分かる.この影響もあり,夏季合成荷重時の断面設計終了時の部材ランクは,計算開始時 のそれ(即ち図4.3)と変わらなかった.これより,積雪寒冷地においては冬季の方が夏季よ りも厳しいと云える.



繁







(3) 2点ピン,1点ローラー支持冬季時解析結果

図4.1における節点11(図4.2のP点)の境界条件をピンからZ方向の併進変位のみを拘束したローラーに変更した場合(図4.3の対称軸CL参照)について検討する.これは,対称軸方向ローラーとしての取扱いに伴うX-Y平面拘束力の低下が,温度荷重時応力におよぼす影響を調べるために行った.図4.19は,STEP1の冬季常時荷重の断面設計終了時部材ランクを示したもので,図4.3の節点11がピンの部材ランクに対して赤字がランクアップ,緑字が逆にランクダウンした部材を示している.右下隅節点11の近傍で部材ランクが低下しているが,逆に左下隅節点1および右上隅節点121の近傍では部材ランクが増大している.一方,図4.20~4.22に示す合成荷重解析スタート時の部材応力は,図4.6~4.8と比較して積雪荷重時にはそれ程差が見られないが,温度荷重時には例えば軸力は1%未満と大きく低減している.図4.23は,合成荷重時の最終的な部材ランクを示したもので,図4.3のSTEP1終了時と比較して赤字がランク



図4.19 STEP1 断面設計終了時部材ランク





繁











ラーにした場合の方が温度荷重の影響が小さくなり、部材ランクが下がるものが相対的に多い が、ランクアップする部材もあることには留意すべきである.

4.2 鞍型HPシェル(ソチミルコのレストラン)

冬季時解析結果

前節と同様にSTEP1~STEP3の結果について検討する.ただし,鉛直荷重時解析の対称性 を考慮し,本報告では解析モデルの1/4について示す.図4.24の節点番号,部材番号付番は, 番号表示が重なり判読が困難であるので,ここでは同図に示した境界条件に着目して説明す る.同図中のシェル接合部境界梁脚部のマゼンタ〇印は完全固定(19,146節点),骨組中心の 青色〇印(左上隅節点)はZ方向併進変位を除く全ての自由度を拘束,X=0の縦方向対称軸 上の青色〇印はX方向併進変位およびY,Z軸回り回転角の拘束,Y=0の水平方向対称軸上の 緑色〇印はY方向併進変位およびX,Z軸回り回転角の拘束,を仮定している.



(真上からの俯瞰:最大鉛直方向変位は75,246,372節点で発生)

図4.25は積雪荷重時の節点変位図で、図4.24のY軸方向負側から解析モデルを真横に見た図 である.同図の鉛直方向下向きの最大変位42.2097(mm)は、図4.24の赤色矢印の先端で生起 している.図4.26はSTEP1断面設計終了時の部材ランク拡大図で、解析開始時の部材ランク を全て2とした場合の結果である.バタフライ型HPシェル(全て部材ランク5)よりも部材 ランクを下げたのは、積雪荷重が先に掲げた割増係数1.5625相当分および1節点当たりの支配 面積が1/2.74と小さかった為である.同図には、解析スタート時部材断面がシェル接合部境界 梁脚部側2/3の赤字部材がランクアップ部材であることが示されている.その他の部材につい ては、解析スタート時の部材ランク2に同じである.



246節点座標値 (px, py)=(8.4853, -8.4853), 鉛直撓み/スパン長=1/711 図4.25 積雪荷重時節点変位図(最大鉛直下向き変位発生節点246)



22

次に、冬季温度変化をT=-35℃と仮定した場合のSTEP2の解析結果を示す.なお、この際の部材入力データは図4.26に示したSTEP1終了時の部材である.図4.27は節点変位図を示したもので、部材が縮むことに拠り骨組中心節点(同図の左端)において鉛直下向きの最大変位が生起し、その値は18.9038(mm)である.図4.28~4.30は、積雪荷重時と温度荷重時の部材応力(軸力、部材座標系のzおよびy軸回りモーメント)を示したものである.先のバタフライ型HPシェルでは積雪荷重時に対する温度荷重時の軸力は約82%の値であったが、図4.28の結果は温度荷重時の値が約1/62と非常に小さくなっている.これは、支点間がバタフライ型HPシェルでは直線部材で繋がれていたのに対して、1/4骨組モデルではシェル接合部境界梁脚部2箇所のみで外的に固定支持され、曲率の大きい圧縮アーチで繋がれているため拘束力が大幅に弱められ、結果として骨組全体が自由温度伸縮状態に近づいたことに起因する.









図4.31~4.34は、積雪荷重時と温度荷重時を重ね合せた合成荷重時の節点変位図および主要 な部材応力図であるが,上記で述べた様に温度荷重時部材応力の相対的影響が小さいため,図 4.35に示す合成荷重時の断面設計終了時部材ランクは、図4.26に示したSTEP1の積雪荷重時 と比較し、赤字で示すランクアップ部材は1部材のみであった.なお図は省略したが、シェル 交差部境界梁脚部を完全固定からピン支持に変更した場合には、図4.35に相当する合成荷重時 部材ランクは図4.26と同じで、ランクアップする部材は発生しなかった.





4.3 積雪荷重時,温度荷重時部材応力の相互比較

最後に積雪荷重時,温度荷重時部材応力の相互比 較を**表4.1**に示す.同表(a)よりバタフライ型のHP シェル3点ピン支持の支点間拘束が強い場合,温度 荷重時軸力の最大絶対値は積雪荷重時の約82%と大 きく軸力が支配的であるが,片方がローラー支持さ れ支点間の拘束が緩和されると,同表(b)に示す様 に大幅に応力が低減することが分かる.

一方, 鞍型シェルにおいても脚部支点間の拘束が 弱まるので, 温度荷重時の軸力が著しく小さい. し かし, 前項で述べた様に支点間の拘束の程度に差は あっても積雪荷重時に対して, ランクアップする部 材があることに留意すべきである.

表4.1 主要な部材応力

日 + 62 ++ /+	活動共産化	にはなった。			
取入細刈1個	植曾何里吁	温度何里时			
軸力(kN)	508.035	415.6486			
Mz(kNm)	15.6976	3.2433			
My(kNm)	81.5918	15.6906			
(a) バタフライ型HPシェル(3占ピン)					

最大絶対値	積雪荷重時	温度荷重時			
軸力(kN)	497.637	2.2119			
Mz(kNm)	14.7223	0.8172			
My(kNm)	81.242	1.2269			
(b) バタフライ型HPシェル(斜めローラー)					

最大絶対値	積雪荷重時	温度荷重時			
軸力(kN)	417.4428	6.7367			
Mz(kNm)	8.0983	2.8888			
My(kNm)	11.44	5.6911			
(c) 鞍型HPシェル(1/4モデル:2点固定)					

5 まとめ

HPシェルの生成法とその3次元骨組解析の取扱いについて述べた後,札幌市を想定した積 雪荷重と温度荷重を考慮し,鉄骨造HPシェル構造物の温度応答について検討した.本解析例 に限られるが,得られた結果は下記に示す通りである.

 温度応力は解析モデルの形状と拘束条件に大きく依存するが、温度応力を考慮すると積雪 荷重時の部材断面設計に対してランクアップする部材が生じ、発生数の程度に差はあるものの温度応力を設計上無視できない。

- 2) バタフライ型HPシェル3点ピン支持の例に見る様に支点間の拘束が強ければ、温度荷重時の軸力が積雪荷重時の約82%とかなり大きくなる.
- 3) 積雪寒冷地においては温度応力を考慮すると、部材断面設計は積雪荷重の影響もあり夏季 よりも冬季に厳しい.

参考文献

- 1) Vasant S. Kelkar, Robert T. Sewell, "Fundamentals of the Analysis & Design of SHELL STRUCTURES", PREN-TICE-HALL INC., 1987.
- 2) 斉藤裕 監修,「Felix Candelaフェリックス・キャンデラの世界」, TOTO出版, 1995.8.
- 3) F. W. Beaufait, W.H.Rowan, Jr, P.G.Hoadley, R.M.Hackett, "COMPUTER METHOD OF STRUCTURAL ANALYSIS", 日本語訳:盛岡昌夫, "コンピュータによる骨組構造解析", 培風館, 1972.
- 4) 日本建築学会,「建築物荷重指針を活かす設計資料集1」,2016,2.